Střední průmyslová škola zeměměřická

GEODETICKÉ VÝPOČTY

1. část

Ing. Jana Mansfeldová

Úvod

Tento text je určen pro studenty 2. až 4. ročníku středních průmyslových škol se zaměřením na geodézii. Jedná se o přepracovanou učebnici Geodetické počtářství do elektronické podoby s ohledem na dnešní technické vybavení a platné předpisy.

Nejdůležitější změnou je označení souřadnicových rozdílů a s tím související úprava používaných výpočetních zápisníků. Místo dříve používaných souřadnicových rozdílů

$$\Delta y_{BA} = y_B - y_A, \qquad \Delta x_{BA} = x_B - x_A$$

je nyní používáno

$$\mathbf{\Delta y_{AB} = y_B - y_A}, \qquad \mathbf{\Delta x_{AB} = x_B - x_A}.$$

Stejné označení je používáno i ve skriptech, které studenti často využívají.
Veškeré upravené zápisníky jsou v tomto textu zařazeny jako přílohy.

Souhrnný seznam souřadnic daných bodů pro cvičení označená * je uveden v příloze 1. Pro jednodušší zpracování cvičení na PC je vhodné si tyto souřadnice nejprve uložit a pak je využívat v průběhu výpočtů.

Tento text bude dle potřeby průběžně aktualizován.

Obsah:

Přílohy – upravené zápisníky

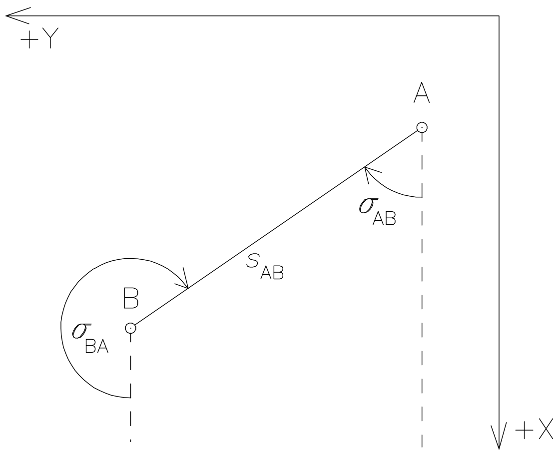
1. Seznam souřadnic
2. Výpočet směrníků, stran a směrových činitelů
3. Výpočet souřadnic bodů měřických přímek
4. Výpočet souřadnic bodů polygonových pořadů
5. Transformace
6. Protínání vpřed z úhlů
7. Výpočet orientovaných směrů
8. Protínání vpřed z orientovaných směrů
9. Protínání vpřed z délek
10. Protínání zpět
11. Výpočet centračních změn směrů

1. Základní souřadnicové výpočty

1.1. Výpočet směrníku a délky

Známe-li souřadnice dvou bodů (y,x), pak z těchto souřadnic můžeme vypočítat směrník a délku mezi těmito body.

Dáno: ***A,B*** [y,x]
Úkol: σ_{AB} , s_{AB}



Obr.1.1.1

Směrník je orientovaný úhel, který udává směr spojnice dvou bodů vzhledem k osám souřadnicové soustavy. Směrník v souřadnicové soustavě, jejíž osa +X směřuje k jihu, nazýváme **jižník**. Směrník označujeme řeckým písmenem σ doplněným indexy čísel bodů.

Směrník σ_{AB} strany ***AB*** je úhel naměřený na bodě ***A*** od rovnoběžky s osou +X ve směru hodinových ručiček až ke straně ***AB***. Směrník σ_{BA} je úhel na bodě ***B***.

Mezi oběma směrníky téže strany platí vztah:

$$\sigma_{AB} = \sigma_{BA} \pm 2R.$$

Použijeme takové znaménko, aby platilo $0 \leq \sigma \leq 4R$.

Postup výpočtu:

Velikost směrníku záleží na vzájemné poloze bodů ***A*** a ***B***. Nabývá hodnot od 0 do 4R, může tedy ležet v prvním až čtvrtém kvadrantu.Pro výpočet směrníku musíme vypočítat tzv. **souřadnicové rozdíly**. Souřadnicový rozdíl je rozdíl souřadnic dvou bodů a označujeme ho řecký písmenem Δ doplněným indexy čísel bodů:

$$\Delta y_{AB} = y_B - y_A$$
$$\Delta x_{AB} = x_B - x_A.$$

Souřadnicové rozdíly nabývají různých znamének. Směrník vypočteme pomocí úhlu φ, což je ostrý úhel při vrcholu ***A*** (obr.1.1.1). Pro všechny kvadranty platí:

$$\mathrm{tg}\varphi = \frac{|\Delta y_{AB}|}{|\Delta x_{AB}|}$$

Výpočet směrníku v jednotlivých kvadrantech (obr.1.1.2):

1. směrník leží v prvním kvadrantu, tj. $\Delta y_{AB} > 0$ a $\Delta x_{AB} > 0$
   potom:

$$\sigma_{AB} = \varphi.$$

2. směrník leží ve druhém kvadrantu, tj. $\Delta y_{AB} > 0$ a $\Delta x_{AB} < 0$
   potom:

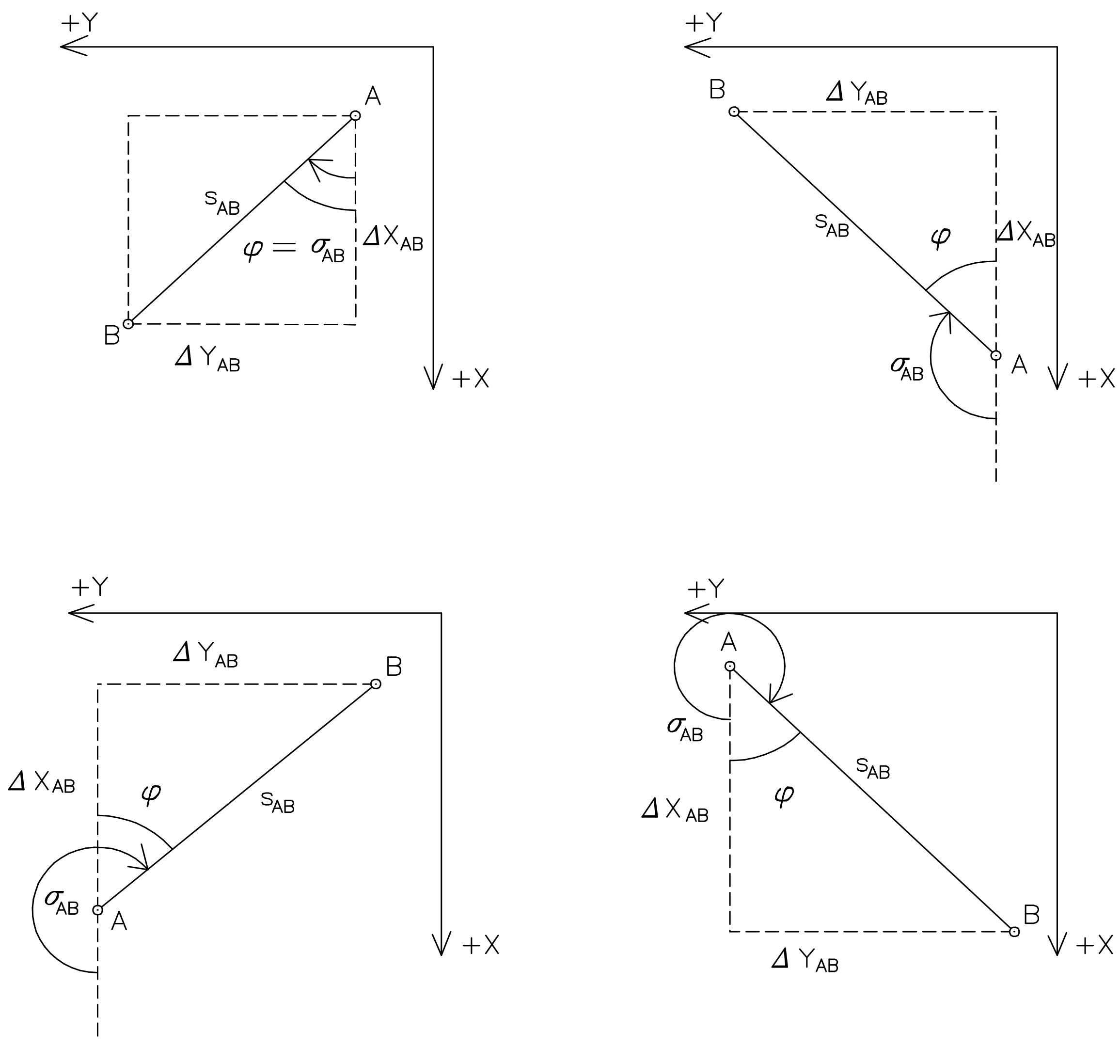
$$\sigma_{AB} = 2R - \varphi.$$

3. směrník leží ve třetím kvadrantu, tj. $\Delta y_{AB} < 0$ a $\Delta x_{AB} < 0$
   potom:

$$\sigma_{AB} = 2R + \varphi.$$

4. směrník leží ve čtvrtém kvadrantu, tj. $\Delta y_{AB} < 0$ a $\Delta x_{AB} > 0$
   potom:

$$\sigma_{AB} = 4R - \varphi.$$



Obr.1.1.2

Kvadrant	Δy	Δx	σ
I	+	+	$\sigma = \varphi$
II	+	-	$\sigma = 2R - \varphi$
III	-	-	$\sigma = 2R + \varphi$
IV	-	+	$\sigma = 4R - \varphi$

Celý výpočet můžeme provést ve výpočetním formuláři (ve starším typu i s tzv. směrníkovou zkouškou).

Délka strany ***AB*** se vypočte jako přepona v pravoúhlém trojúhelníku. Vypočtená délka je vodorovná a budeme ji označovat písmenem ***s*** doplněným indexy čísel tj $\boldsymbol{s_{AB}}$.

$$\boldsymbol{s_{AB}} = \sqrt{\Delta \boldsymbol{y}_{AB}^2 + \Delta \boldsymbol{x}_{AB}^2}$$

V dnešní době používáme kapesní kalkulátory, které jsou vybaveny převodem pravoúhlých souřadnic (souřadnicových rozdílů) na polární souřadnice (směrník a délku). Převody jsou označeny na různých kalkulátorech různými tlačítky, proto si musíme pozorně přečíst návod pro daný kalkulátor. Před výpočtem směrníku nesmíme zapomenout nastavit požadovanou úhlovou míru.

Příklad 1.1.1

Vypočtěte jižník $\sigma_{24\text{-}73}$ a délku strany ***s***, jsou-li dány souřadnice koncových bodů:

73 (y = 716 946,47, x = 1 030 827,95),
24 (y = 716 690,81, x = 1 031 195,84).

Nejprve vypočteme souřadnicové rozdíly:

$\Delta y_{24\text{-}73} = +255{,}66$ m $\quad \Delta x_{24\text{-}73} = -367{,}89$ m

Potom vypočteme pomocný úhel:

$$\mathrm{tg}\varphi = \frac{|\Delta \boldsymbol{y}_{24-73}|}{|\Delta \boldsymbol{x}_{24-73}|}$$

$\varphi = 38{,}6631^{g}$.

Podle tabulky (viz. výše) se hledaný jižník bude nacházet ve druhém kvadrantu, tedy:

$\sigma_{24\text{-}73} = 2R - \varphi = 161{,}3369^{g}$.

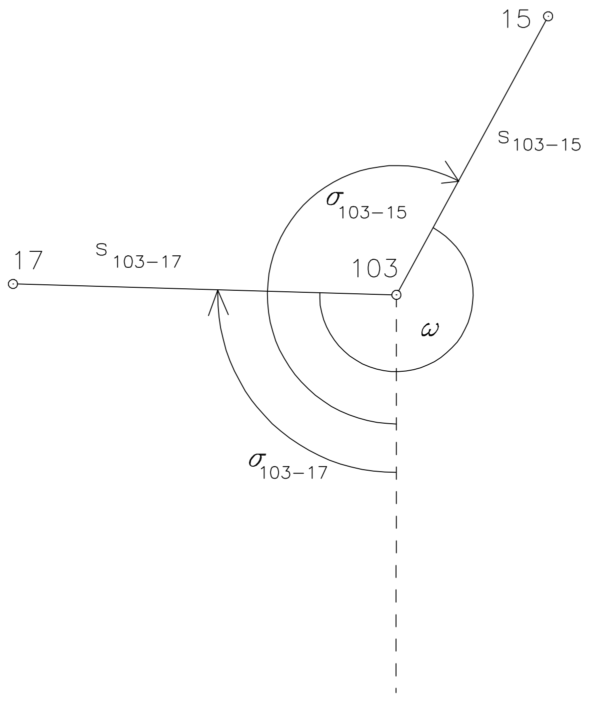
Délku vypočteme podle Pythagorovy věty:

$$\boldsymbol{s} = \sqrt{\Delta \boldsymbol{y}^2 + \Delta \boldsymbol{x}^2} = 448{,}00 \text{ m.}$$

Příklad 1.1.2

Vypočtěte směrníky $\sigma_{103\text{-}15}$, $\sigma_{103\text{-}17}$, délky stran $\boldsymbol{s}_{103\text{-}15}$, $\boldsymbol{s}_{103\text{-}17}$ a úhel ω (obr.1.1.3).
Jsou dány souřadnice bodů:

ČB	Y	X
15	739196,60	1043095,20
103	739936,78	1044454,82
17	741803,29	1044401,26



Obr.1.1.3

Postup výpočtu:
Vypočteme oba směrníky na bodě 103.
Nejprve vypočteme souřadnicové rozdíly.
$\Delta y_{103\text{-}15}$ = - 740,18 m
$\Delta x_{103\text{-}15}$ = - 1359,62 m
Směrník $\sigma_{103\text{-}15}$ tedy leží ve třetím kvadrantu.

$\sigma_{103\text{-}15}$ = 2R + 31,7377^g = 231,7377^g,
$\boldsymbol{s}_{103\text{-}15}$ = 1548,04m.

$\Delta y_{103\text{-}17}$ = +1866,51 m
$\Delta x_{103\text{-}17}$ = - 53,56 m
Směrník $\sigma_{103\text{-}17}$ tedy leží ve druhém kvadrantu.

$\sigma_{103\text{-}17}$ = 2R – 98,1737^g = 101,8263^g,
$\boldsymbol{s}_{103\text{-}17}$ = 1867,28m.

Vrcholový úhel vypočteme jako rozdíl dvou směrů (pravé rameno úhlu mínus levé rameno úhlu):

$$\omega = \sigma_{103\text{-}17} - \sigma_{103\text{-}15} = 101{,}8263^g - 231{,}7377^g + 4R = 270{,}0886^g.$$

Výpočet směrníků a délek můžeme provést ve výpočetním formuláři i se směrníkou zkouškou.

Při výpočtu $\boldsymbol{s}_{103\text{-}17}$ je větší nesouhlas ve vypočtené straně. Délku strany vypočteme Pythagorovou větou. Správná délka je 1 867,28 m vypočtená z většího souřadnicového rozdílu. Délku 1 867,18 m považujeme za kontrolní.

VÝPOČET SMĚRNÍKŮ, STRAN A SMĚROVÝCH SOUČINITELŮ

		B	Y_B	X_B	$X_B + Y_B$	$X_B - Y_B$	tg $= \frac{\lvert\Delta Y_{AB}\rvert}{\lvert\Delta X_{AB}\rvert}$			tg $= \frac{\lvert p\rvert}{\lvert q\rvert}$		
A			Y_A	X_A	$X_A + Y_A$	$X_A - Y_A$	cotg $= \frac{\lvert\Delta X_{AB}\rvert}{\lvert\Delta Y_{AB}\rvert}$			cotg $= \frac{\lvert q\rvert}{\lvert p\rvert}$		
ΔY_{AB}	ΔX_{AB}	AB =	$\Delta Y_{AB} = Y_B - Y_A$	$\Delta X_{AB} = X_B - X_A$	$p = \Delta X_{AB} + \Delta Y_{AB}$	$q = \Delta X_{AB} - \Delta Y_{AB}$						
+	+	=	sin	cos	$a = \frac{\sin}{s}$	$b = \frac{\cos}{s}$	g	c	cc	g	c	cc
-	-	= 2R +	$s = \frac{\Delta Y_{AB}}{\sin}$	$s = \frac{\Delta X_{AB}}{\cos}$	$= \sqrt{\Delta Y_{AB}^2 + \Delta X_{AB}^2}$	kontr. $a = b \cdot tg$ $b = a \cdot cotg$	AB			kontrola:		
(1)			(2)	(3)	(4)	(5)	(6)			(7)		
		15	739 196,60	1 043 095,20	1 782 291,80	303 898,60	0,544402					
103			739 936,78	1 044 454,82	1 784 391,60	304 518,04				0,295000		
Předepsal:			-740,18	-1 359,62	-2 099,80	-619,44						
Vypočetl:			0,478139	0,878284			31	73	77	81	73	77
			1 548,04	1 548,04			231	73	77	281	73	77
		17	741 803,29	1 044 401,26	1 786 204,55	302 597,97				0,944210		
103			739 936,78	1 044 454,82	1 784 391,60	304 518,04	0,028695					
Předepsal:			1 866,51	-53,56	1 812,95	-1 920,07						
Vypočetl:			0,999588	0,028685			98	17	37	48	17	37
			1 867,28	1 867,18	1 867,28		101	82	63	151	82	63

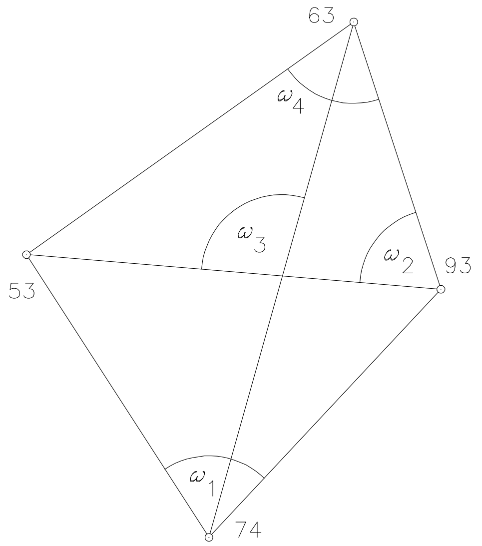
Cvičení:

1.1.1.* Vypočtěte všechny možné kombinace směrníků a délky stran mezi body:

ČB	Y	X
101	732016,58	1013866,39
102	732398,34	1012354,88
103	731428,14	1012850,50
104	731605,30	1014458,00
106	731139,59	1014108,12
107	731228,65	1013564,28
108	731821,00	1013493,48

1.1.2. Jsou dány souřadnice trigonometrických bodů, vypočtěte úhly ω (obr.1.1.4).

ČB	Y	X
53	755600,28	1100352,35
63	747551,13	1094631,03
93	745408,18	1101203,01
74	751113,20	1107303,95

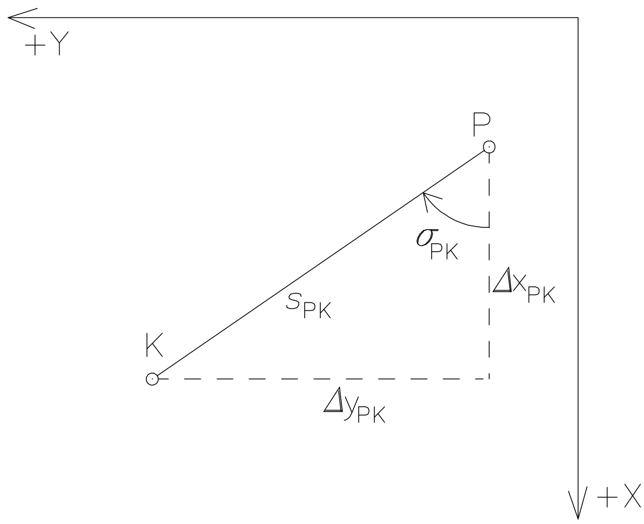


Obr.1.1.4

1.2. Výpočet rajónu

Výpočtem rajónu rozumíme úlohu, ve které určujeme souřadnice koncového bodu úsečky dané souřadnicemi počátečního bodu, směrníkem a délkou.

Dáno: ***P*** [y,x], σ_{PK} , s_{PK}
Úkol: ***K*** [y,x]



Obr.1.2.1

Postup výpočtu:
Souřadnice bodu ***K*** vypočteme součtem zadané souřadnice a příslušného souřadnicového rozdílu, který vypočteme z pravoúhlého trojúhelníka:

$$y_K = y_P + \Delta y_{PK} = y_P + s_{PK} \,.\sin \sigma_{PK} ,$$
$$x_K = x_P + \Delta x_{PK} = x_P + s_{PK} \,.\cos \sigma_{PK} .$$

Souřadnicové rozdíly mají znaménko + nebo -, záleží na velikosti směrníku.

Směrník v kvadrantu	sin σ	cos σ	Δy	Δx
I	+	+	+	+
II	+	-	+	-
III	-	-	-	-
IV	-	+	-	+

V dnešní době používáme kapesní kalkulátory, které jsou vybaveny převodem polárních souřadnic (směrník a délka) na pravoúhlé souřadnice (souřadnicové rozdíly). Převody jsou označeny na různých kalkulátorech různými tlačítky, proto si musíme pozorně přečíst návod pro daný kalkulátor. Před výpočtem nesmíme zapomenout nastavit požadovanou úhlovou míru.

Příklad 1.2.1
Vypočtěte souřadnice bodu 534, je-li dáno:
33 (y = 656 983,74, x = 1 190 354,63),
$\sigma_{33\text{-}534}$ = 373,5036^g, $s_{33\text{-}534}$ = 115,65m.

Nejprve vypočteme souřadnicové rozdíly:

$\Delta y_{33\text{-}534} = \boldsymbol{s}_{33\text{-}534}\ .\sin \sigma_{33\text{-}534} = -46{,}76$ m,

$\Delta x_{33\text{-}534} = \boldsymbol{s}_{33\text{-}534}\ .\cos \sigma_{33\text{-}534} = +105{,}78$ m.

Potom:

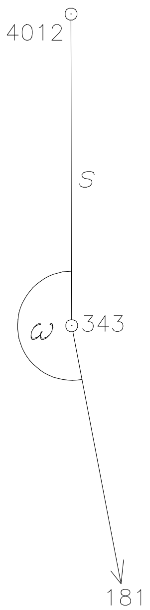
$y_{534} = y_{33} + \Delta y_{33\text{-}534} = 656\ 936{,}98$ m

$x_{534} = x_{33} + \Delta x_{33\text{-}534} = 1\ 190\ 460{,}41$ m.

V praxi většinou neznáme přímo potřebný směrník, ale známe další bod v souřadnicích, jehož směrník můžeme vypočítat. Změříme úhel mezi daným bodem a bodem určovaným. Z toho pak vypočteme hledaný směrník. V případě určování bodů PBPP pomocí rajónu, by měla být orientace provedena na dva body ZBPP nebo PBPP a hledaný směrník se vypočítá tzv. orientací osnovy (viz.kap.6.2).

Příklad 1.2.2

Vypočtěte souřadnice bodu 4012, který je zaměřen z bodu 343 s orientací na bod 181. Byl naměřen úhel ω a vzdálenost $\boldsymbol{s}$ (obr.1.2.2).



ČB	Y	X
181	735140,70	1014545,97
343	735203,86	1014222,90

$\omega = 212{,}1570^{g}$

$\boldsymbol{s}_{343\text{-}4012} = 113{,}78$ m.

Nejprve vypočteme $\sigma_{343\text{-}181} = 387{,}7091^{g}$,

potom vypočteme $\sigma_{343\text{-}4012} = \sigma_{343\text{-}181} + \omega\ (-4R)$,

$\sigma_{343\text{-}4012} = 199{,}8661^{g}$.

Nyní vypočteme souřadnice:

$y_{4012} = y_{343} + \boldsymbol{s}_{343\text{-}4012}\ .\sin \sigma_{343\text{-}4012} = 735\ 204{,}10$ m

$x_{4012} = x_{343} + \boldsymbol{s}_{343\text{-}4012}\ .\cos \sigma_{343\text{-}4012} = 1\ 014\ 109{,}12$ m.

Obr.1.2.2

Cvičení:

1.2.1. Vypočtěte souřadnice bodu 4101 pokud znáte:

123 (y = 735 123,45, x = 1 011 123,45)

a) $\sigma_{123\text{-}4101} = 55{,}3475^{g}$, $\boldsymbol{s}_{123\text{-}4101} = 145{,}78$ m,

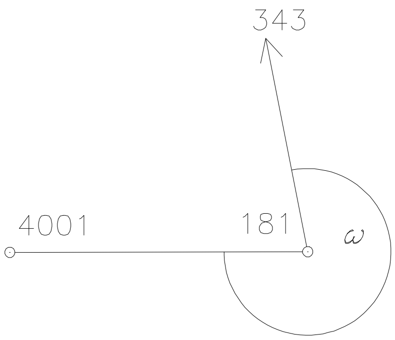
b) $\sigma_{123\text{-}4101} = 155{,}3475^{g}$, $\boldsymbol{s}_{123\text{-}4101} = 145{,}78$ m,

c) $\sigma_{123\text{-}4101} = 255{,}3475^{g}$, $\boldsymbol{s}_{123\text{-}4101} = 145{,}78$ m,

d) $\sigma_{123\text{-}4101} = 355{,}3475^{g}$, $\boldsymbol{s}_{123\text{-}4101} = 145{,}78$ m.

Proveďte náčrt bodů.

1.2.2* Vypočtěte souřadnice bodu 4001, který je zaměřen z bodu 181 s orientací na bod 343. Byl naměřen úhel ω a vzdálenost ***s*** (obr.1.2.3).



Obr.1.2.3

ČB	Y	X
181	735140,70	1014545,97
343	735203,86	1014222,90

ω = 312,1570^g

$s_{181\text{-}4001}$ = 213,78m.

2. Výpočet souřadnic bodů polární metodou

Polární metoda je nejčastější způsob určování souřadnic podrobných bodů. Každý bod je určen **polárními souřadnicemi**, tj. úhlem a délkou. Úhel je měřen na stanovisku od orientačního směru po určovaný bod. Jedná se tedy o výpočet rajónu, který jsme si vysvětlili v předchozí kapitole.

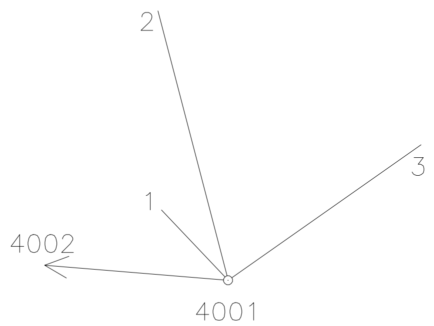
Měřené hodnoty se zapisují do zápisníku podrobného měření.

V této kapitole budeme počítat pouze body měřené na pevném stanovisku (známe jeho souřadnice). Volné stanovisko viz. kap. 5.

Příklad 2.1

Vypočtěte souřadnice podrobných bodů 1,2,3 zaměřených na stanovisku 4001 (obr.2.1).

ČB	Y	X
4001	732345,24	1010125,32
4002	732501,24	1010113,32



Obr.2.1

Výpis ze zápisníku měřených hodnot:

Typ úlohy	Číslo bodu	Vzdálenost [m]	Úhel [g]
1	4001		
	4002	156,46	0,00
	1	15,67	46,78
	2	45,08	78,93
	3	38,12	156,12

Nejprve vypočteme směrník $\sigma_{4001\text{-}4002}$ a zkontrolujeme délku:

$\sigma_{4001\text{-}4002} = 104{,}8875^g$

s-vypočtená = 156,46 m

(rozdíl je v přípustných mezích).

Souřadnice podrobných bodů vypočteme podle předchozí kapitoly nebo využijeme zápisník pro polygonové pořady. (Př.2.1)

Str.: Př.2.1

VÝPOČET SOUŘADNIC BODŮ POLYGONOVÝCH POŘADŮ

Číslo pořadu	Číslo bodu	Úhly a úhlové vyrovnání g	c	cc	Směrníky g	c	cc	Strany s m		Souřadnice a souřadnicové vyrovnání Y	X
(1)	(2)	(3)			(4)			(5)	(6)	(7)	(8)
					104	88	75				
	4001									732 345,24	1 010 125,32
	1				151	66	75	15,67		10,79	-11,37
		46	78							732 356,03	1 010 113,95
	2				183	81	75	45,08		11,34	-43,63
		78	93							732 356,58	1 010 081,69
	3				261	00	75	38,12		-31,19	-21,92
		156	12							732 314,05	1 010 103,40

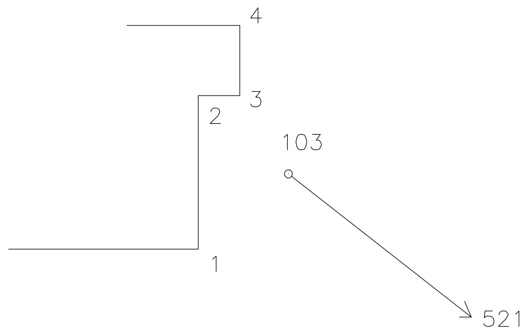
Příklad 2.2

Vypočtěte souřadnice podrobných bodů 1,2,3,4 zaměřených ze stanoviska 103 (obr.2.2).

ČB	Y	X
103	739936,78	1044454,82
521	739651,87	1044644,79

Výpis ze zápisníku měřených hodnot:

Typ úlohy	Číslo bodu	Vzdálenost [m]	Úhel [g]
1	103		
	521		10,50
	1	43,53	128,88
	2	44,26	218,50
	3	34,18	237,47
	4	57,85	252,77



Obr.2.2

Při výpočtu musíme vzít v úvahu, že na orientaci nebyla nastavena přesná nula, proto musíme od všech úhlů odečíst čtení na bod 521.

Výpočet můžeme opět provést v zápisníku pro výpočet polygonového pořadu (Př.2.2).

Str.: Př.2.2

VÝPOČET SOUŘADNIC BODŮ POLYGONOVÝCH POŘADŮ

Číslo pořadu	Číslo bodu	Úhly a úhlové vyrovnání g	c	cc	Směrníky g	c	cc	Strany s m		Souřadnice a souřadnicové vyrovnání Y	X
(1)	(2)	(3)			(4)			(5)	(6)	(7)	(8)
					337	43	80				
	103									739 936,78	1 044 454,82
					55	81	80	43,53		33,46	27,84
	1	118	38							739 970,24	1 044 482,66
					145	43	80	44,26		33,46	-28,98
	2	208	00							739 970,24	1 044 425,84
					164	40	80	34,18		18,13	-28,98
	3	226	97							739 954,91	1 044 425,84
					179	70	80	57,85		18,13	-54,94
	4	242	27							739 954,91	1 044 399,88

Cvičení:

2.1.* Vypočtěte souřadnice bodů 1,2,3,4,5 zaměřených polární metodou. Veškeré údaje jsou ve výpisu ze zápisníku.

Výpis ze zápisníku měřených hodnot:

Typ úlohy	Číslo bodu	Vzdálenost [m]	Úhel [g]
1	146		
	145	375,80	1,50
	1	25,17	3,08
	2	34,77	55,15
	3	30,18	80,50
	4	47,21	291,05
	5	45,08	317,49

ČB	Y	X
146	733171,77	1015063,21
145	733406,52	1014769,72

2.2.* Vypočtěte souřadnice bodů 21,22,23,24,25 zaměřených polární metodou. Nakreslete náčrt bodů, zkontrolujte oměrné a vypočtěte výměru vzniklého obrazce.

Je dán výpis ze zápisníku podrobného měření:

Typ úlohy	Číslo bodu	Vzdálenost [m]	Úhel [g]
1	223		
	348	-	0,00
	21	63,26	24,63
	22	58,92	94,46
	23	43,25	172,74
	24	72,04	209,98
	25	59,12	284,67
9	21		
	22	63,75	
	23	60,30	
	24	43,20	
	25	73,45	
	21	109,10	

ČB	Y	X
223	734205,41	1013892,41
348	734650,48	1014705,54

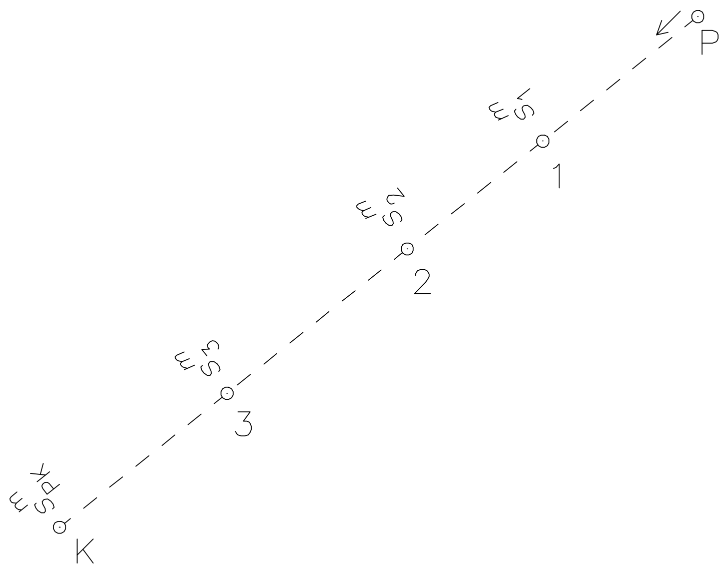
3. Výpočet souřadnic bodů ortogonální metodou

Díky rychlému technickému rozvoji měřických přístrojů (totální stanice) je ortogonální metoda dnes již méně využívána. Tuto úlohu můžeme rozdělit do dvou částí. Nejprve na výpočet bodů na měřické přímce a poté na body na kolmici.
(V této části se nebudeme zabývat volnou měřickou přímkou – viz. kap.5.)

3.1. Výpočet souřadnic bodů na měřické přímce

Poloha bodů 1,2,3 na měřické přímce je určena staničením, tj. vzdáleností od počátku ***P***.

Dáno: ***P,K*** [y,x]
Měřeno: ***s***
Úkol: 1,2,3 [y,x]



Obr. 3.1

Postup výpočtu:

a) Změřenou délku $\boldsymbol{s_{PK}^{m}}$ porovnáme $\boldsymbol{s}$ délkou vypočtenou ze souřadnic, musí platit:

$\boldsymbol{O_s} \leq \Delta_s$, kde $\boldsymbol{O_s} = \boldsymbol{s_{PK} - s_{PK}^{m}}$,
$\Delta_{\boldsymbol{s}}$ budeme používat mezní odchylku pro dvojí měření pásmem tj.
$\Delta_{\boldsymbol{s}} = 0{,}01 \cdot \sqrt{\boldsymbol{s}} + 0{,}02$.

b) Nyní budeme předpokládat, že všechny délky jsou měřeny se stejnou přesností jako délka konečná, proto je třeba pro další výpočty měřené délky přepočítat ve stejném poměru tj.

$$\frac{s_i^v}{s_i^m} = \frac{s_{PK}}{s_{PK}^m}$$, pro jednotlivé výpočty budeme používat konkrétní $\boldsymbol{s_i^v}$.

c) Souřadnice bodu 1 vypočteme pomocí rajónu:

$$\boldsymbol{y_1 = y_P +}\ s_1^v \cdot \sin\ {}_{PK}, \qquad \sin\ {}_{PK} = \frac{\Delta y_{PK}}{s_{PK}},$$

$$\boldsymbol{x_1 = x_P +}\ s_1^v \cdot \cos\ {}_{PK}, \qquad \cos\ {}_{PK} = \frac{\Delta x_{PK}}{s_{PK}}.$$

Po dosazení:

$$\boldsymbol{y_1 = y_P + s_1^m \cdot \frac{s_{PK}}{s_{PK}^m} \cdot \frac{\Delta y_{PK}}{s_{PK}}},$$

$$\boldsymbol{x_1 = x_P + s_1^m \cdot \frac{s_{PK}}{s_{PK}^m} \cdot \frac{\Delta x_{PK}}{s_{PK}}},$$

tj.

$$\boldsymbol{y_1 = y_P + s_1^m \cdot \frac{\Delta y_{PK}}{s_{PK}^m}},$$

$$\boldsymbol{x_1 = x_P + s_1^m \cdot \frac{\Delta x_{PK}}{s_{PK}}}.$$

Označíme-li:

$$\frac{\Delta \boldsymbol{y}_{PK}}{\boldsymbol{s}_{PK}^m} = \boldsymbol{k}_y \quad \text{a} \quad \frac{\Delta \boldsymbol{x}_{PK}}{\boldsymbol{s}_{PK}^m} = \boldsymbol{k}_x,$$

kde $\boldsymbol{k_y}$ i $\boldsymbol{k_x}$ jsou pro jednu měřickou přímku konstantní, můžeme potom psát:

$$\boldsymbol{y_i = y_P + s_i^m \cdot k_y},$$

$$\boldsymbol{x_i = x_P + s_i^m \cdot k_x}.$$

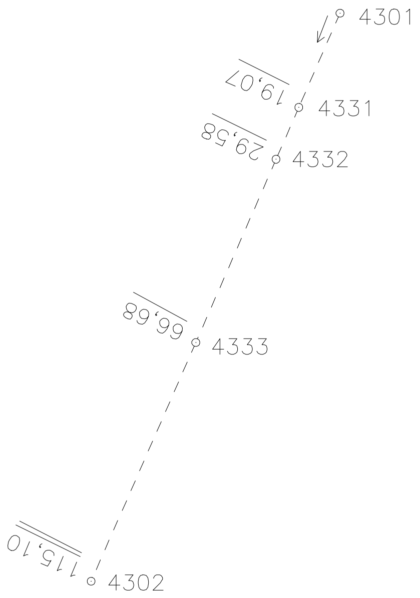
Celý výpočet můžeme provést ve formuláři.

Výpočet souřadnic bodů měřických přímek

Body		Vzdálenosti		Souřadnice		Body		Vzdálenosti		Souřadnice	
dané	určované	náčrt. č.	*s*	*y*	*x*	dané	určované	náčrt. č.	*s*	*y*	*x*
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
P				y_P	x_P						
	1		$\boldsymbol{s_1^m}$	$\boldsymbol{s_1^m.k_y}$ y_1	$\boldsymbol{s_1^m.k_x}$ x_1						
	2		$\boldsymbol{s_2^m}$	$\boldsymbol{s_2^m.k_y}$ y_2	$\boldsymbol{s_2^m.k_x}$ x_2						
K		$\boldsymbol{s_{PK}^m}$		y_K	x_K						
		$\boldsymbol{s_{PK}}$ $\boldsymbol{o_s}$ Δ_s		Δy_{PK} $\boldsymbol{k_y}$	Δx_{PK} $\boldsymbol{k_x}$						

Příklad 3.1

Vypočtěte souřadnice bodů 4331,4332,4333 na měřické přímce 4301-4302 (obr.3.2).



CB	Y	X
4301	737400,01	1057972,15
4302	737446,12	1058077,50

Obr.3.2

Výpočet provedeme ve formuláři:

Výpočet souřadnic bodů měřických přímek

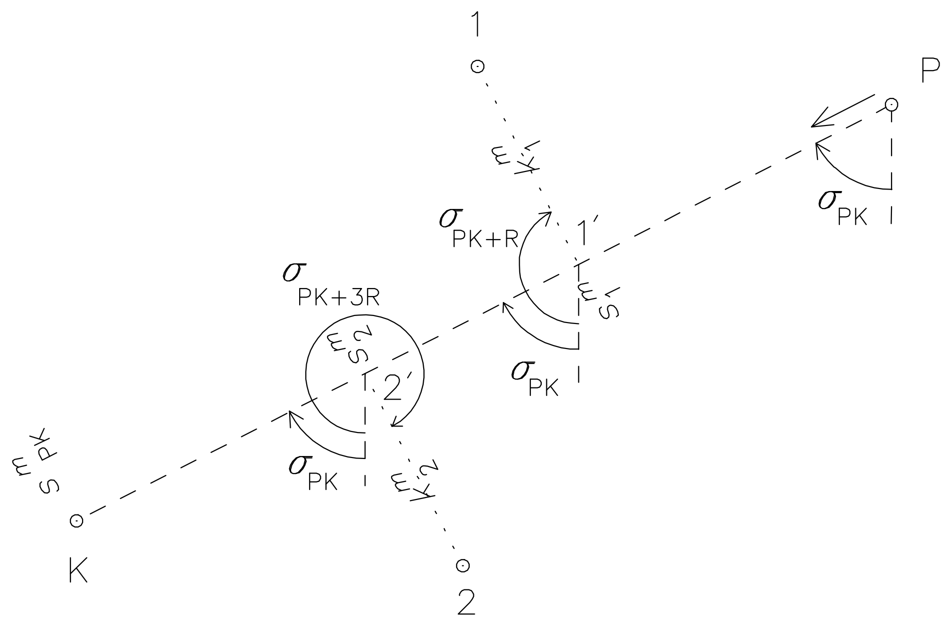
Př.3.1

Body		Vzdálenosti		Souřadnice		Body		Vzdálenosti		Souřadnice	
dané	určované	náčrt. č.	s	y	x	dané	určované	náčrt. č.	s	y	x
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
4301				737 400,01	1 057 972,15						
			19,07	7,64	17,46						
	4331			737 407,65	1 057989,61						
			29,58	11,85	27,07						
	4332			737 411,86	1 057 999,22						
			66,68	26,71	61,03						
	4333			737 426,72	1 058 033,18						
4302			115,10	737 446,12	1 058077,50						
		s_{PK}	=115,00	Δy_{PK}=+46,11	Δx_{PK}=+105,35						
		o_s	= -0,10								
		Δ_s	=±0,13	k_y=+0,400608	k_x=+0,915291						

3.2. Výpočet souřadnic bodů na kolmici

Poloha bodů 1,2 je určena ortogonálními souřadnicemi, tj. staničením a kolmicemi.

Dáno: ***P,K*** [y,x]
Měřeno: ***s***, ***k***
Úkol: 1,2 [y,x]



Obr.3.4

Bod 1 leží vpravo od měřické přímky a bod 2 leží vlevo. Paty kolmic jsou označeny 1´ a 2´.

Postup výpočtu:

a) Souřadnice bodů 1´a 2´ vypočteme jako body na měřické přímce (odst. 3.1).

b) Souřadnice bodu 1 vypočteme z rovnic pro rajón s počátkem v 1´ (obr.3.4), stejně jako u bodu na měřické přímce dosadíme do rovnice $\boldsymbol{k}_1^{\boldsymbol{v}}$ (opravené v příslušném poměru).

$$\frac{k_i^v}{k_i^m} = \frac{s_{PK}}{s_{PK}^m},$$

$$y_1 = y_{1'} + k_1^v.\sin(\sigma_{PK}+R),$$

$$x_1 = x_{1'} + k_1^v.\cos(\sigma_{PK}+R),$$

tj.

$$y_1 = y_{1'} + k_1^v.\cos\sigma_{PK} = y_P + s_1^m \cdot k_y + k_1^m \cdot \frac{s_{PK}}{s_{PK}^m} \cdot \frac{\Delta x_{PK}}{s_{PK}} = y_P + s_1^m \cdot k_y + k_1^m \cdot k_x,$$

$$x_1 = x_{1'} - k_1^v.\sin\sigma_{PK} = x_P + s_1^m \cdot k_x - k_1^m \cdot \frac{s_{PK}}{s_{PK}^m} \cdot \frac{\Delta y_{PK}}{s_{PK}} = x_P + s_1^m \cdot k_x - k_1^m \cdot k_y.$$

c) Souřadnice bodu 2 vypočteme z rovnic pro rajón s počátkem v 2´ (obr.3.4).

$$y_2 = y_{2'} + k_2^v.\sin(\sigma_{PK}+3R),$$

$$x_2 = x_{2'} + k_2^v.\cos(\sigma_{PK}+3R),$$

tj.

$$y_2 = y_{2'} - k_2^v.\cos\sigma_{PK} = y_P + s_2^m \cdot k_y - k_2^m \cdot \frac{s_{PK}}{s_{PK}^m} \cdot \frac{\Delta x_{PK}}{s_{PK}} = y_P + s_2^m \cdot k_y - k_2^m \cdot k_x,$$

$$x_2 = x_{2'} + k_2^v.\sin\sigma_{PK} = x_P + s_2^m \cdot k_x + k_2^m \cdot \frac{s_{PK}}{s_{PK}^m} \cdot \frac{\Delta y_{PK}}{s_{PK}} = x_P + s_2^m \cdot k_x + k_2^m \cdot k_y\,.$$

Pokud dodržíme pravidlo, že kolmice vlevo je záporná, pak můžeme napsat obecnou rovnici pro všechny body:

$$y_i = y_P + s_i^m \cdot k_y + k_i^m \cdot k_x\,,$$
$$x_i = x_P + s_i^m \cdot k_x - k_i^m \cdot k_y\,.$$

Výpočet můžeme provést ve formuláři

.

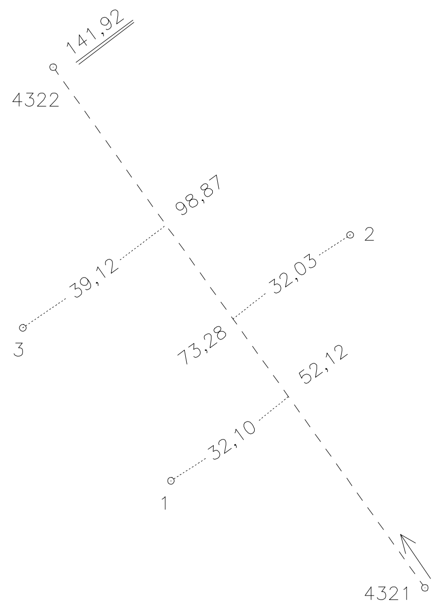
Výpočet souřadnic bodů měřických přímek

Body		Vzdálenosti		Souřadnice		Body		Vzdálenosti		Souřadnice	
dané	určované	náčrt. č.	s	y	x	dané	určované	náčrt. č.	s	y	x
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
P				y_P	x_P						
	1		s_1^m k_1^m	$s_1^m.k_y$ $k_1^m.k_x$ y_1	$s_1^m.k_x$ $-k_1^m.k_y$ x_1						
	2		s_2^m k_2^m	$s_2^m.k_y$ $k_2^m.k_x$ y_2	$s_2^m.k_x$ $-k_2^m.k_y$ x_2						
K			s_{PK}^m	y_K	x_K						
		s_{PK} o_s Δ_s		Δy_{PK} k_y	Δx_{PK} k_x						

Příklad 3.2

Vypočtěte souřadnice bodů 1,2,3 zaměřených ortogonální metodou (obr.3.5).

ČB	Y	X
4321	707833,16	1089356,42
4322	707915,69	1089241,10



Obr.3.5

Celý výpočet je ve formuláři.

Výpočet souřadnic bodů měřických přímek

Př.3.2

Body		Vzdálenosti		Souřadnice		Body		Vzdálenosti		Souřadnice	
dané	určované	náčrt. č.	s	y	x	dané	určované	náčrt. č.	s	y	x
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
4321				707 833,16	1 089 356,42						
	1		52,12 -32,10	30,31 26,08 707 889,55	-42,35 18,67 1 089332,74						
	2		73,28 32,03	42,61 -26,03 707 849,74	-59,55 -18,63 1 089 278,24						
	3		98,87 -39,12	57,50 31,79 707 922,45	-80,34 22,75 1 089 298,83						
4322			141,92	707 915,69	1 089 241,10						
		s_{PK} o_s Δ_s	=141,81 = -0,11 =±0,14	Δy_{PK}=+82,53 k_y=+0,581525	Δx_{PK}=-115,32 k_x=-0,812570						

Cvičení:

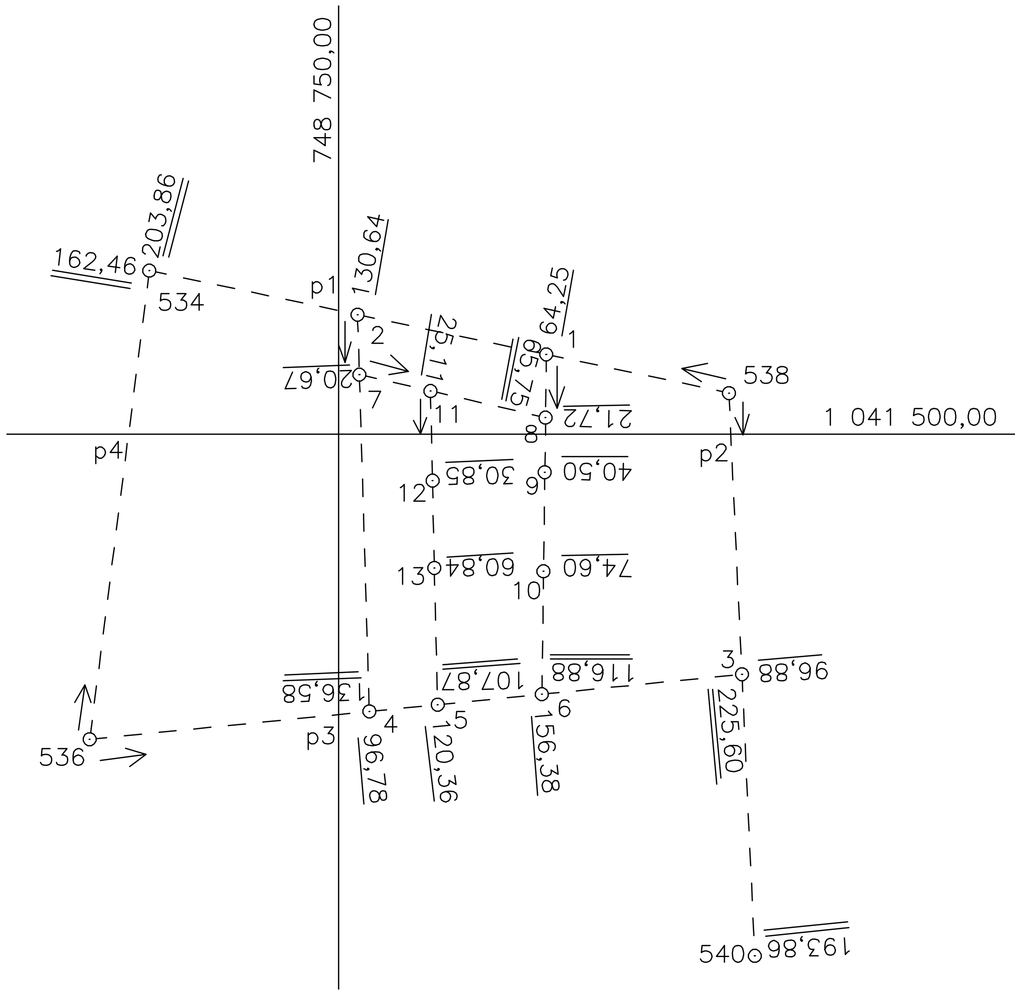
3.1. Je dán náčrt měřické sítě (obr.3.6) a souřadnice polygonových bodů:

ČB	Y	X
534	748815,20	1041443,81
536	748835,74	1041604,97
538	748615,69	1041485,86
540	748606,83	1041679,50

Vypočtěte souřadnice měřických bodů:
a) 1,2, b) 3, c) 4,5,6, d) 7, e) 8,9,10, f) 11, g) 12,13,
h) průsečíky se sekčními čarami p1, p2, p3, p4.

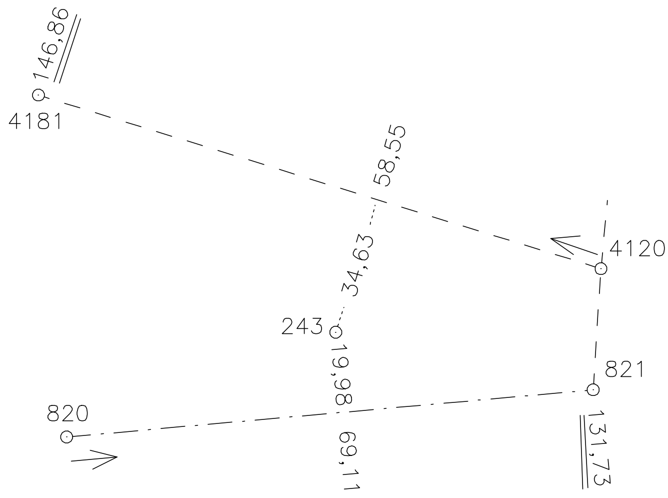
3.2. Podrobný bod 243 byl zaměřen ze dvou měřických přímek (obr.3.7). Zjistěte, zda výsledky obojího zaměření souhlasí.

CB	Y	X
820	756938,45	1035265,03
821	756807,17	1035253,28
4120	756805,24	1035223,13
4181	756945,51	1035179,93



748 750,00
1 041 500,00
203,86
162,46
534
p1
130,64
2
64,25
1
538
25,11
65,75
20,67
7
11
21,72
8
p4
p2
12
30,85
9
40,50
13
60,84
10
74,60
136,58
107,87
116,88
3
96,88
4
5
6
p3
536
96,78
120,36
156,38
225,60
540
193,86

Obr.3.6



146,86
4181
58,55
34,63
4120
243
19,98
821
820
69,11
131,73

Obr.3.7

3.3.* Vypočtěte souřadnice bodů 11,12,13,14,15 zaměřených ortogonální metodou. Nakreslete náčrt bodů, porovnejte oměrné a vypočtěte výměru vzniklého uzavřeného obrazce.

Je dán výpis ze zápisníku podrobného měření:

Typ úlohy	Číslo bodu	Staničení	Kolmice
0	129	0,00	0,00
	222	216,20	0,00
	11	50,05	-10,15
	12	63,84	21,13
	13	78,93	-15,30
	14	93,06	18,03
	15	95,73	-5,20
9	11		
	13	29,30	
	15	19,60	
	14	23,45	
	12	29,40	
	11	34,25	

ČB	Y	X
129	732879,71	1014798,80
222	732693,68	1014688,42

4. Polygonové pořady

Polygonový pořad je lomená čára spojující dva měřické body. Vrcholy lomené čáry nazýváme **polygonové body**, spojnice polygonových bodů tvoří polygonové strany.

V polygonovém pořadu se měří levostranné úhly a délky polygonových stran. Levá strana se posuzuje podle směru výpočtu.

Polygonové pořady jsou jednou z metod určujících souřadnice bodů podrobného bodového pole.

Požadavky na měření, geometrické parametry a kritéria přesnosti polygonových pořadů jsou náplní předmětu Geodézie.

Rozdělení polygonových pořadů:
- volný polygonový pořad
- vetknutý a oboustranně orientovaný polygonový pořad,
- vetknutý a jednostranně orientovaný polygonový pořad,
- vetknutý polygonový pořad,
- uzavřený polygonový pořad.

4.1. Volný polygonový pořad

4.1.1. Připojený a orientovaný

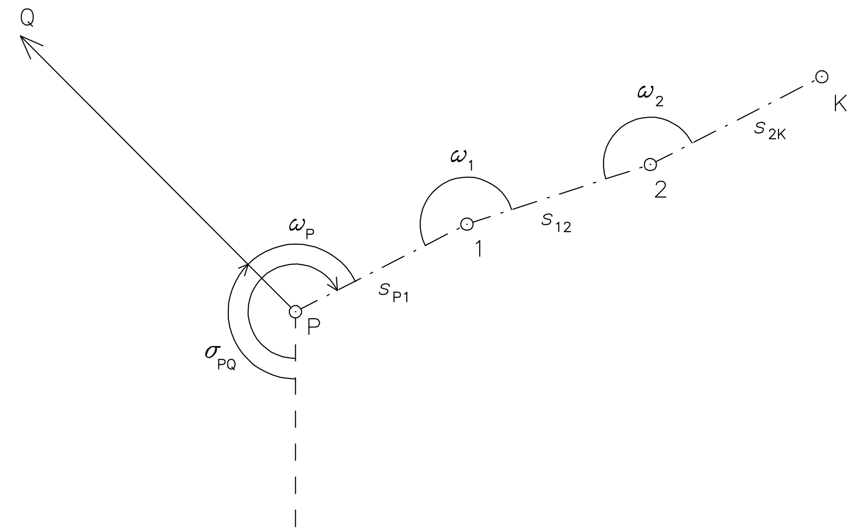
Z bodu $\boldsymbol{P}$ o známých souřadnicích můžeme určit souřadnice dalších bodů tak, že zacílíme na bod $\boldsymbol{Q}$, kde známe σ_{PQ} nebo jej můžeme vypočítat. Na bodě $\boldsymbol{P}$ změříme úhel ω_P a stranu s_{P1}. Souřadnice bodu 1 vypočteme pomocí rajónu (viz.kap. 1). Obdobně můžeme pokračovat dál, na bodě 1 změříme úhel ω_1 a stranu s_{12} a vypočteme souřadnice bodu 2. Následně vypočteme souřadnice bodu $\boldsymbol{K}$. Koncový bod $\boldsymbol{K}$ není vázán žádnými podmínkami, proto mluvíme o **volném** polygonovém pořadu. **Polohové připojení** znamená,že známe souřadnice počátečního bodu, **orientace** pořadu je dána známým směrníkem σ_{PQ} a úhelem ω_P.

Budeme-li určovat levostranné úhly ze zápisníku, vypočteme je jako rozdíl směrů, kdy od směru na bod vpřed odečtu směr na bod vzad.

Celý výpočet se tedy bude skládat z výpočtu několika na sebe navazujících rajónů.

Podle platných norem by volný polygonový pořad neměl mít více než tři nové vrcholy a neměl by být delší než 250 m. Abychom lépe látku procvičili, nejsou v tomto učebním textu vždy tyto podmínky dodrženy.

Dáno: ***P,Q*** [y,x]
Měřeno: ***s,*** *ω*
Úkol: 1,2,***K*** [y,x]



Obr.4.1.1

Postup výpočtu:

U všech rajónů vypočteme nejdříve směrníky σ, potom všechny souřadnicové rozdíly $\Delta\boldsymbol{y}$ a $\Delta\boldsymbol{x}$ a nakonec souřadnice všech polygonových bodů.

1. Výpočet směrníků:

$$\sigma_{P1} = \sigma_{PQ} + \omega_P$$
$$\sigma_{12} = \sigma_{P1} + \omega_1 - 2R$$
$$\sigma_{2K} = \sigma_{12} + \omega_2 - 2R$$

Směrník první polygonové strany σ_{P1} se rovná připojovacímu směrníku σ_{PQ} zvětšenému o orientační úhel ω_P (pokud je σ_{P1}>4R, odečteme 4R). Směrník každé další polygonové strany se rovná směrníku strany předcházející zvětšenému o levostranný vrcholový úhel a zmenšenému o 2R (pokud je σ<0, přičteme 4R).

Kontrola výpočtu směrníků:

$$\sigma_{P1} = \sigma_{PQ} + \omega_P$$
$$\sigma_{12} = \sigma_{P1} + \omega_1 - 2R$$
$$\sigma_{2K} = \sigma_{12} + \omega_2 - 2R$$

----

tj. $\sigma_{2K} = \sigma_{PQ} + [\omega] - 2.2R.$

Obecně platí, že směrník poslední polygonové strany se rovná připojovacímu směrníku zvětšenému o součet levostranných vrcholových úhlů a zmenšenému o příslušný počet 2R.

$$\sigma_{nK} = \sigma_{PQ} + [\omega] - \boldsymbol{i}.2R.$$

Číslo ***i*** je rovno počtu vrcholových úhlů mimo ω_P.

2. Výpočet souřadnicových rozdílů:

$$\Delta y_{P1} = s_{P1}.\sin\sigma_{P1} \qquad \Delta x_{P1} = s_{P1}.\cos\sigma_{P1}$$
$$\Delta y_{12} = s_{12}.\sin\sigma_{12} \qquad \Delta x_{12} = s_{12}.\cos\sigma_{12}$$
$$\Delta y_{2K} = s_{2K}.\sin\sigma_{2K} \qquad \Delta x_{2K} = s_{2K}.\cos\sigma_{2K}.$$

3. Výpočet souřadnic polygonových bodů:

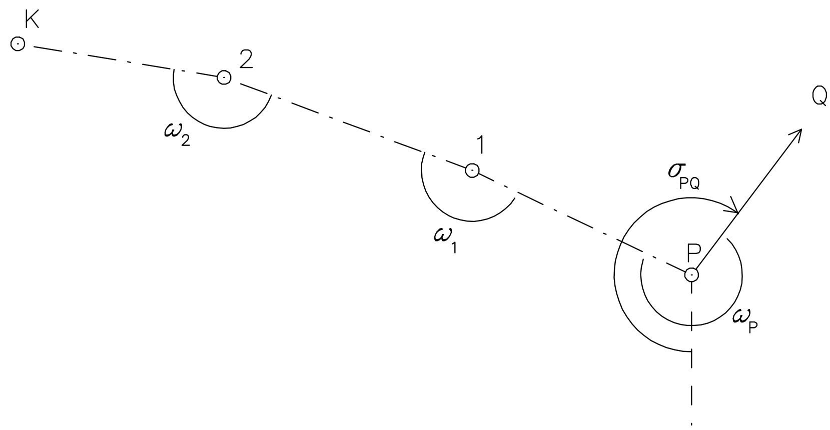
$$\boldsymbol{y_1 = y_P} + \Delta \boldsymbol{y_{P1}} \qquad \boldsymbol{x_1 = x_P} + \Delta \boldsymbol{x_{P1}}$$
$$\boldsymbol{y_2 = y_1} + \Delta \boldsymbol{y_{12}} \qquad \boldsymbol{x_2 = x_1} + \Delta \boldsymbol{x_{12}}$$
$$\boldsymbol{y_K = y_1} + \Delta \boldsymbol{y_{2K}} \qquad \boldsymbol{x_K = x_2} + \Delta \boldsymbol{x_{2K}}.$$

Kontrola výpočtu souřadnic:

$$\boldsymbol{y_K = y_P} + [\Delta \boldsymbol{y}] \qquad \boldsymbol{x_K = x_P} + [\Delta \boldsymbol{x}].$$

Příklad 4.1.1

Vypočtěte souřadnice polygonových bodů 1,2,***K***, jsou-li dány souřadnice bodu ***P*** (y = 748 572,56 m, x = 1 011 312,12 m), měřené délky a úhly a připojovací směrník $\boldsymbol{\sigma_{PQ}}$ (obr.4.1.2).



ω_P = 277,7560 ^{g}
ω_1 = 194,5080 ^{g}
ω_2 = 187,4550 ^{g}

$\boldsymbol{s}_{P1}$ = 78,43 m
$\boldsymbol{s}_{12}$ = 85,54 m
$\boldsymbol{s}_{2K}$ = 67,39 m

σ_{PQ} = 250,5753 ^{g}

Obr.4.1.2

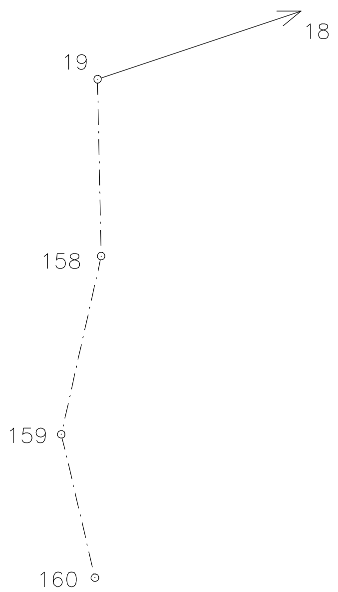
Celý výpočet provedeme v tiskopisu (Př.4.1.1).Nejprve vyplníme sloupce 2,3 a 5 a ve sloupcích 7,8 zapíšeme souřadnice bodu ***P***. Potom vypočteme jednotlivé směrníky ve sloupci 4 a poslední směrník překontrolujeme. Následně vypočteme souřadnicové rozdíly ve sloupcích 7,8 (píšeme doprostřed), nakonec vypočteme výsledné souřadnice v sl. 7,8 (silně orámovaná spodní část řádku pro bod) a zkontrolujeme souhlas souřadnicových rozdílů.

VÝPOČET SOUŘADNIC BODŮ POLYGONOVÝCH POŘADŮ

Číslo pořadu	Číslo bodu	Úhly a úhlové vyrovnání g	c	cc	Směrníky g	c	cc	Strany s		Souřadnice a souřadnicové vyrovnání Y	X
(1)	(2)	(3)			(4)			(5)	(6)	(7)	(8)
					250	57	53				
	P	277	75	60						748 572,56	1 011 312,12
					128	33	13	78,43		70,79	-33,76
	1	194	50	80						748 643,35	1 011 278,36
					122	83	93	85,54		80,09	-30,03
	2	187	45	50						748 723,44	1 011 248,33
					110	29	43	67,39		66,51	-10,85
	K									748 789,95	1 011 237,48
	Má být	110	29	43						Δy = 217,39	Δx = -74,64
										[Δy´]= 217,39	[Δx´]= -74,64
	Jest	110	29	43							

Příklad 4.1.2

Vypočtěte souřadnice polygonových bodů 158, 159, 160. Pořad vychází z bodu 19 s orientací na bod 18 (obr.4.1.3). Bod 19 (y = 733 556,76 x = 1 037 145,94).



Obr.4.1.3

ω_{19} = 110,5320 ^{g}
ω_{158} = 215,3450 ^{g}
ω_{159} = 171,2350 ^{g}

$\boldsymbol{s}_{19\text{-}158}$ = 138,11 m
$\boldsymbol{s}_{158\text{-}159}$ = 142,74 m
$\boldsymbol{s}_{159\text{-}160}$ = 114,95 m

$\sigma_{19\text{-}18}$ = 288,1518 ^{g}

Výpočet je proveden ve formuláři (Př.4.1.2).

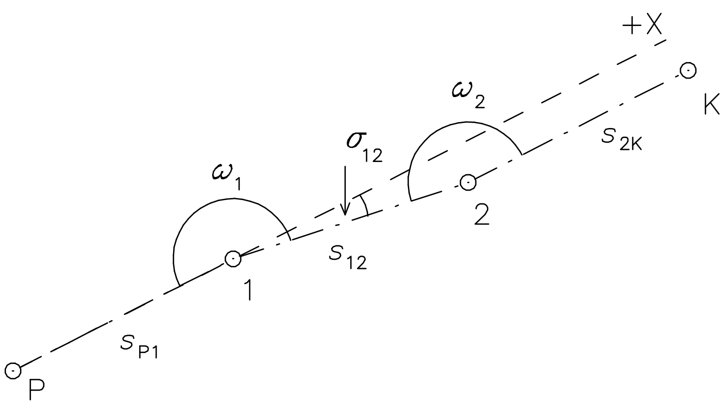
Str.: Př.4.1.2

VÝPOČET SOUŘADNIC BODŮ POLYGONOVÝCH POŘADŮ

Číslo pořadu	Číslo bodu	Úhly a úhlové vyrovnání g	c	cc	Směrníky g	c	cc	Strany s		Souřadnice a souřadnicové vyrovnání Y	X
(1)	(2)	(3)			(4)			(5)	(6)	(7)	(8)
					288	15	18				
	19	110	53	20						733 556,76	1 037 145,94
					398	68	38	138,11		-2,86	138,08
	158	215	34	50						733 553,90	1 037 284,02
					14	02	88	142,74		31,20	139,29
	159	171	23	50						733 585,10	1 037 423,31
					385	26	38	114,95		-26,37	111,88
	160									733 558,73	1 037 535,19
	Má být	385	26	38						Δy = 1,97	Δx = 389,25
	Jest	385	26	38						[Δy´]= 1,97	[Δx´]= 389,25

4.1.2. Ve vlastní soustavě

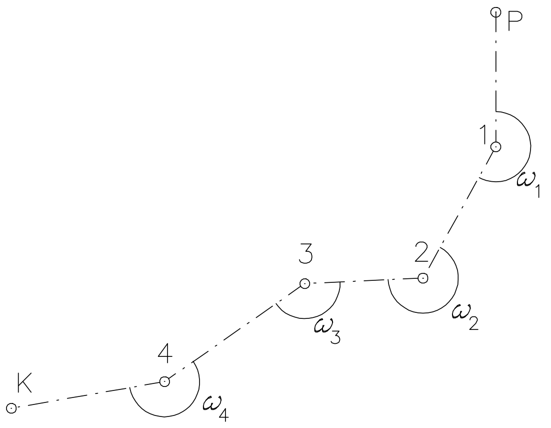
V praxi se někdy vyskytuje volný polygonový pořad, který není ani na počátečním, ani na koncovém bodě polohově připojen a ani orientován. Známe pouze délky stran a levostranné vrcholové úhly. Úlohu proto počítáme ve vlastní soustavě, kde zpravidla za počátek soustavy volíme první polygonový bod a osu +X vkládáme do první polygonové strany.



Obr.4.1.4

Příklad 4.1.3

Vypočtěte souřadnice polygonových bodů ***P***,1,2,3,4,***K*** ve vlastní souřadnicové soustavě podle obr.4.1.5.



ω_1 = 232,2337 ^{g}
ω_2 = 264,7306 ^{g}
ω_3 = 164,2796 ^{g}
ω_4 = 227,7113 ^{g}

s_{P1} = 100,93 m
s_{12} = 112,31 m
s_{23} = 88,70 m
s_{34} = 128,05 m
s_{4K} = 116,32 m

Obr.4.1.5

Výpočet je proveden ve formuláři (Př.4.1.3).

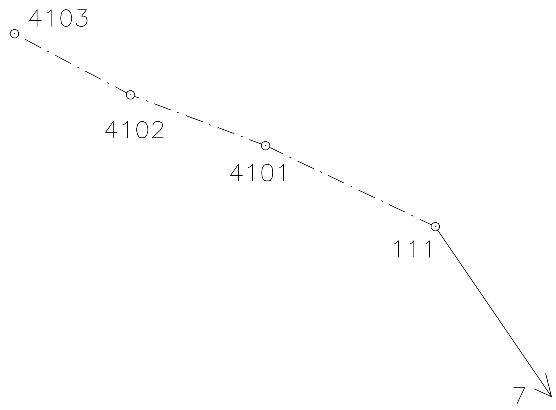
Str.: Př.4.1.3

VÝPOČET SOUŘADNIC BODŮ POLYGONOVÝCH POŘADŮ

Číslo pořadu	Číslo bodu	Úhly a úhlové vyrovnání			Směrníky			Strany s		Souřadnice a souřadnicové vyrovnání	
		g	c	cc	g	c	cc			Y	X
(1)	(2)	(3)			(4)			(5)	(6)	(7)	(8)
	P										
										0,00	0,00
	1				00	00	00	100,93		0,00	100,93
		232	23	37						0,00	100,93
	2				32	23	37	112,31		54,47	98,22
		264	73	06						54,47	199,15
	3				96	96	43	88,70		88,60	4,23
		164	27	96						143,07	203,38
	4				61	24	39	128,05		105,05	73,23
		227	71	13						248,12	276,61
	K				88	95	52	116,32		114,57	20,08
										362,69	296,69
	Má být	88	95	52						Δy = 362,62	Δx = 296,69
	Jest	88	95	52						[Δy´]= 362,69	[Δx´]= 296,69

Cvičení:

4.1.1.* Vypočtěte souřadnice polygonových bodů 4101, 4102, 4103, je-li počátečním bodem pořadu bod 111. Pořad je orientován na bod 7 (obr.4.1.6).



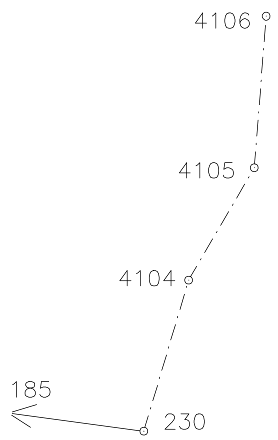
ČB	Y	X
7	733037,41	1012094,10
111	733572,56	1011312,12

$\omega_{111} = 166{,}5383^{g}$
$\omega_{4101} = 194{,}5062^{g}$
$\omega_{4102} = 208{,}0463^{g}$

$\boldsymbol{s}_{111\text{-}4101} = 98{,}43$ m
$\boldsymbol{s}_{4101\text{-}4102} = 75{,}54$ m
$\boldsymbol{s}_{4102\text{-}4103} = 68{,}65$ m

Obr.4.1.6

4.1.2. * Vypočtěte souřadnice polygonových bodů 4104, 4105, 4106. Pořad začíná na bodě 230, orientace je na bod 185 (obr.4.1.7).



CB	Y	X
230	733594,00	1013327,12
185	737006,93	1012903,70

$\omega_{230} = 110{,}5320^{g}$
$\omega_{4104} = 215{,}3450^{g}$
$\omega_{4105} = 171{,}2350^{g}$

$\boldsymbol{s}_{230\text{-}4104} = 88{,}11$ m
$\boldsymbol{s}_{4104\text{-}4105} = 72{,}74$ m
$\boldsymbol{s}_{4105\text{-}4106} = 84{,}95$ m

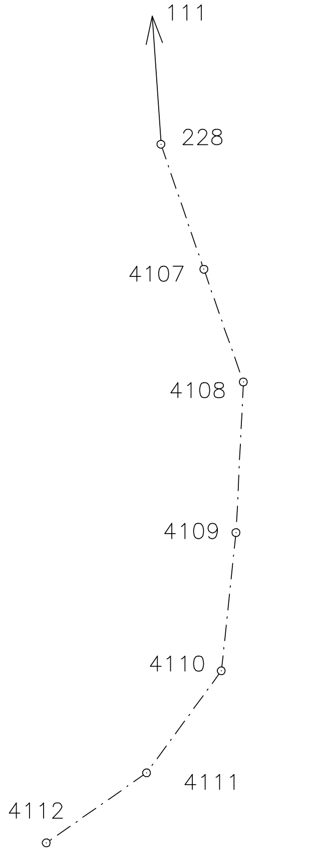
Obr.4.1.7

4.1.3.* Vypočtěte souřadnice polygonových bodů 4107, 4108, 4109, 4110, 4111, 4112. Pořad je připojen na bod 228 a orientován na bod 111 (obr.4.1.8).

Zápisník měřených úhlů a vzdáleností

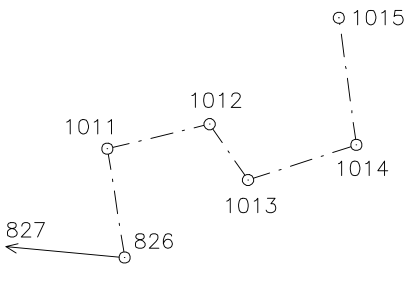
Číslo stanoviska	Číslo cílového bodu	Řada				Vodorovné úhly průměr / redukovaný průměr g	c	cc	Výsledná vzdálenost s m	cm
(1)	(2)	(3)	(4)			(5)			(6)	
228		I								
	111	II				0	00	00		
		I								
	4107	II				183	41	05	75	31
4107		I								
	228	II				0	00	00	75	31
		I								
	4108	II				199	54	94	68	90
4108		I								
	4107	II				0	00	00	68	90
		I								
	4109	II				224	47	22	85	86
4109		I								
	4108	II				0	00	00	85	86
		I								
	4110	II				203	58	33	79	34
4110		I								
	4109	II				0	00	00	79	34
		I								
	4111	II				233	50	62	71	93
4111		I								
	4110	II				0	00	00	71	93
		I								
	4112	II				220	91	05	69	55

ČB	Y	X
111	733572,56	1011312,12
228	733456,73	1012986,69



Obr.4.1.8

4.1.4. Při zaměření sklepních prostorů byl zvolen polygonový pořad připojený na povrchu na polygonovou stranu 826-827 (obr.4.1.9).



Obr.4.1.9

ČB	Y	X
826	721513,64	1054632,18
827	721605,38	1054624,96

$\omega_{826} = 84{,}984^{g}$ $\quad$ $s_{826-1011} = 14{,}585$ m

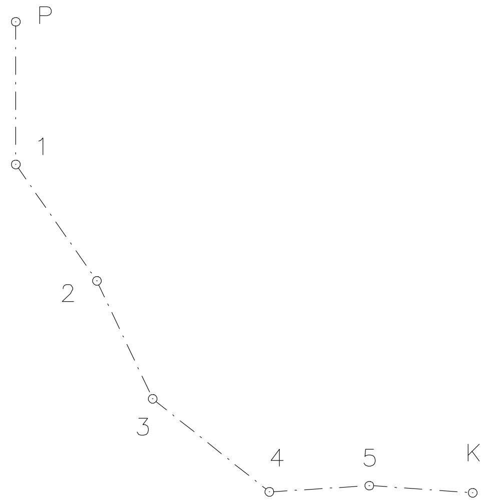
$\omega_{1011} = 295{,}049^{g}$ $\quad$ $s_{1011-1012} = 13{,}906$ m

$\omega_{1012} = 276{,}654^{g}$ $\quad$ $s_{1012-1013} = 8{,}973$ m

$\omega_{1013} = 118{,}351^{g}$ $\quad$ $s_{1013-1014} = 15{,}065$ m

$\omega_{1014} = 111{,}238^{g}$ $\quad$ $s_{1014-1015} = 16{,}987$ m

4.1.5. V polygonovém pořadu jsou dány levostranné úhly a délky polygonových stran. Vypočtěte polygonový pořad ve vlastní soustavě (obr.4.1.10).



Obr.4.1.10

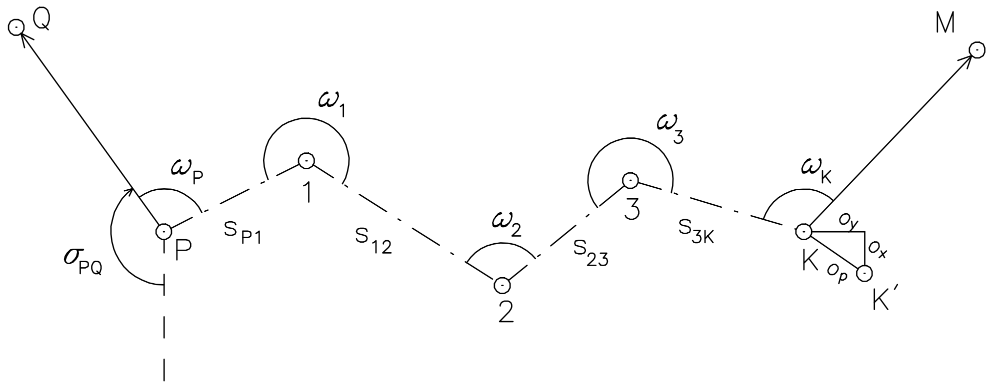
$\omega_1 =$ 161,301 ^{g}
$\omega_2 =$ 210,653 ^{g}
$\omega_3 =$ 170,981 ^{g}
$\omega_4 =$ 153,086 ^{g}
$\omega_5 =$ 208,379 ^{g}

$\boldsymbol{s}_{P1} =$ 120,04 m
$\boldsymbol{s}_{12} =$ 119,38 m
$\boldsymbol{s}_{23} =$ 109,76 m
$\boldsymbol{s}_{34} =$ 125,39 m
$\boldsymbol{s}_{45} =$ 84,06 m
$\boldsymbol{s}_{5K} =$ 86,97 m

4.2. Vetknutý, oboustranně orientovaný polygonový pořad

Nejčastěji se vyskytuje takový polygonový pořad, u kterého známe souřadnice počátečního i koncového bodu a známe orientaci na počátečním i koncovém bodě pořadu. Měříme délky polygonových stran a levostranné úhly. Podle dřívějšího označení se tento polygonový pořad nazýval oboustranně připojený, oboustranně orientovaný.

Dáno: ***P,K,Q,M*** [y,x]
Měřeno: ***s***, ω
Úkol: 1,2,3 [y,x]



Obr.4.2.1

Vypočteme-li u tohoto pořadu souřadnice bodu ***K***, měly by souhlasit se souřadnicemi danými. Protože měřené délky a úhly jsou zatíženy nevyhnutelnými chybami, liší se vypočtené souřadnice koncového bodu od souřadnic daných, tj. při výpočtu se dostaneme do bodu ***K´*** místo do daného bodu ***K***.

Abychom tento nesouhlas odstranili, musíme provést **úhlové a souřadnicové vyrovnání**.

Postup výpočtu:
1. Úhlové vyrovnání:

$$\sigma'_{P1} = \sigma_{PQ} + \omega_P$$
$$\sigma'_{12} = \sigma'_{P1} + \omega_1 - 2R$$
$$\sigma'_{23} = \sigma'_{12} + \omega_2 - 2R$$
$$\sigma'_{3K} = \sigma'_{23} + \omega_3 - 2R$$
$$\sigma'_{KM} = \sigma'_{KM} + \omega_K - 2R$$

$$\sigma'_{KM} = \sigma_{PQ} + [\omega] - 4.2R.$$

σ'_{KM} porovnáme s daným směrníkem σ_{KM},

$$O_\omega = \sigma_{KM} - \sigma'_{KM}\ .$$

Rozdíl O_ω se nazývá **úhlová odchylka**. Tato odchylka nesmí překročit tzv. **mezní úhlovou odchylku Δ_ω** . Velikost této odchylky je dána přesností počítaných bodů. V našich případech budeme používat

$\Delta_\omega = 100^{cc}. \sqrt{\boldsymbol{n}+3}$,

kde **n** je počet bodů pořadu, včetně připojovacích.

Je-li $\boldsymbol{O}_\omega \leq \Delta_\omega$, rozdělíme ji rovnoměrně na všechny vrcholové úhly, tak že každý úhel opravíme o

$$\delta_\omega = \boldsymbol{O}_\omega/n.$$

Oprava δ_ω má znaménko shodné s $\boldsymbol{O}_\omega$ a je vhodně zaokrouhlena na celé vteřiny, aby součet oprav byl $\boldsymbol{O}_\omega$.

2. Výpočet vyrovnaných směrníků:

$\sigma_{P1} = \sigma_{PQ} + \omega_P + \delta_\omega$

$\sigma_{12} = \sigma'_{P1} + \omega_1 + \delta_\omega - 2R$

$\sigma_{23} = \sigma'_{12} + \omega_2 + \delta_\omega - 2R$

$\sigma_{3K} = \sigma'_{23} + \omega_3 + \delta_\omega - 2R$

$\sigma_{KM} = \sigma'_{KM} + \omega_K + \delta_\omega - 2R.$

Správnost vypočtených směrníků zkontrolujeme tím, že vypočtený směrník σ_{KM} se musí přesně rovnat danému směrníku σ_{KM} .

3. Výpočet prozatímních souřadnicových rozdílů:

$\Delta y'_{P1} = s_{P1}.\sin\sigma_{P1}$ $\quad \Delta x'_{P1} = s_{P1}.\cos\sigma_{P1}$

$\Delta y'_{12} = s_{12}.\sin\sigma_{12}$ $\quad \Delta x'_{12} = s_{12}.\cos\sigma_{12}$

$\Delta y'_{23} = s_{23}.\sin\sigma_{23}$ $\quad \Delta x'_{23} = s_{23}.\cos\sigma_{23}$

$\Delta y'_{3K} = s_{23}.\sin\sigma_{3K}$ $\quad \Delta x'_{3K} = s_{3K}.\cos\sigma_{3K}$

potom

$y_{K'} = y_P + [\Delta y']$ $\qquad x_{K'} = x_P + [\Delta x'].$

Abychom se dostali z bodu K' do daného bodu K, musíme provést **souřadnicové vyrovnání**.

4. Souřadnicové vyrovnání:

Vypočteme tzv. **souřadnicové odchylky** O_y a O_x **.**

$O_y = \Delta y_{PK} - [\Delta y']$ $\qquad O_x = \Delta x_{PK} - [\Delta x'].$

V tomto případě se neposuzují jednotlivé odchylky, ale celková **polohová odchylka** O_P (tedy chyba v poloze bodu K)

$$O_P = \sqrt{O_y^2 + O_x^2} \ .$$

Polohová odchylka O_P nesmí překročit **mezní polohovou odchylku** Δ_P . Velikost této odchylky je dána přesností počítaných bodů. V našem případě budeme používat

$$\Delta_\omega = 0{,}005 \cdot \sqrt{[s]} + 0{,}1.$$

Je-li $O_P \leq \Delta_P$, pak přistoupíme k souřadnicovému vyrovnání. Souřadnicové odchylky rozdělíme na jednotlivé souřadnicové rozdíly úměrně velikosti jejich absolutních hodnot (na největší souřadnicový rozdíl v absolutní hodnotě připadne největší oprava):

$$\Delta_{yi} = \frac{\boldsymbol{O}_y}{\left[\left|\Delta \boldsymbol{y}'\right|\right]} \cdot \left|\Delta \boldsymbol{y}'_i\right| \qquad\qquad \Delta_{xi} = \frac{\boldsymbol{O}_x}{\left[\left|\Delta \boldsymbol{x}'\right|\right]} \cdot \left|\Delta \boldsymbol{x}'_i\right| .$$

Vypočtené opravy δ_{yi} a δ_{xi} mají stejné znaménko jako $\boldsymbol{O}_y$ a $\boldsymbol{O}_x$. Připočteme je k prozatímním souřadnicovým rozdílům $\Delta\boldsymbol{y}'$ a $\Delta\boldsymbol{x}'$ a dostaneme vyrovnané souřadnicové rozdíly:

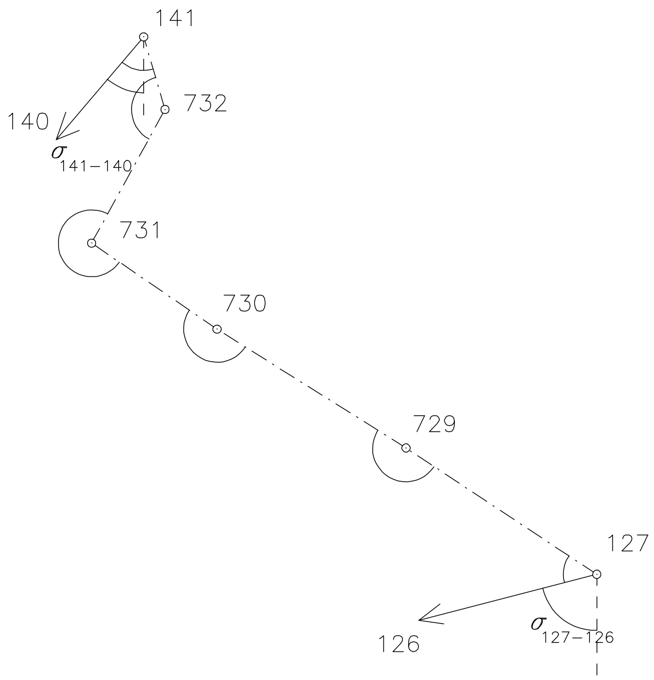
$$\Delta\boldsymbol{y} = \Delta\boldsymbol{y}' + \delta_y \qquad\qquad \Delta\boldsymbol{x} = \Delta\boldsymbol{x}' + \delta_x ,$$

z nich pak vypočteme vyrovnané souřadnice.

Příklad 4.2.1

Vypočtěte souřadnice bodů polygonového pořadu, který vychází z bodu 127 a končí na bodě 141. Orientace na počátku je na bod 126 a na konci na bod 140 (obr.4.2.2).

ČB	Y	X
127	767427,78	1044639,74
141	767832,36	1044159,57



$\omega_{127} = 52,9070^{g}$
$\omega_{729} = 198,5310^{g}$
$\omega_{730} = 202,4630^{g}$
$\omega_{731} = 293,7310^{g}$
$\omega_{732} = 149,7180^{g}$
$\omega_{141} = 53,5465^{g}$

$\boldsymbol{s}_{127\text{-}729} = 204,32$ m
$\boldsymbol{s}_{729\text{-}730} = 199,36$ m
$\boldsymbol{s}_{730\text{-}731} = 135,69$ m
$\boldsymbol{s}_{731\text{-}732} = 136,19$ m
$\boldsymbol{s}_{732\text{-}141} = 67,71$ m

$\sigma_{127\text{-}126} = 84,3578^{g}$
$\sigma_{141\text{-}140} = 35,2627^{g}$

Obr.4.2.2

Celý výpočet provedeme v tiskopisu (Př.4.2.1), Nejprve vyplníme sloupce 2,3 a 5 a ve sloupcích 7,8 zapíšeme souřadnice bodů 127 a 141. Poté vypočteme $\sigma'_{141=140}$ (Jest), $\boldsymbol{O}_\omega$, Δ_ω, a porovnáme. Pokud platí $\boldsymbol{O}_\omega \leq \Delta_\omega$. Pokračujeme ve výpočtu. Vypočteme úhlovou opravu δ_ω a červeně ji nadepíšeme nad jednotlivé úhly. Poté vypočteme vyrovnané směrníky. Kontrolou výpočtu je, že poslední směrník přesně souhlasí se zadaným $\sigma_{141\text{-}140}$. Z vyrovnaných směrníků vypočteme prozatímní souřadnicové rozdíly (do sloupce 7 a 8), $[\Delta\boldsymbol{y}']$, $[\Delta\boldsymbol{x}']$, $\boldsymbol{O_y}$, $\boldsymbol{O_x}$, $\boldsymbol{O_P}$. Opět porovnáme $\boldsymbol{O_P} \leq \Delta_{\boldsymbol{P}}$, vypočteme opravy pro jednotlivé souřadnicové rozdíly δ_{yi} a δ_{xi} a opět je nadepíšeme červeně nad příslušné souřadnicové rozdíly. Nakonec vypočteme vyrovnané souřadnice jednotlivých polygonových bodů. Kontrolou výpočtu je, že vypočtené souřadnice y_{141} a x_{141} se přesně rovnají souřadnicím bodu 141 zadaným.

Str.: Př.4.2.1

VÝPOČET SOUŘADNIC BODŮ POLYGONOVÝCH POŘADŮ

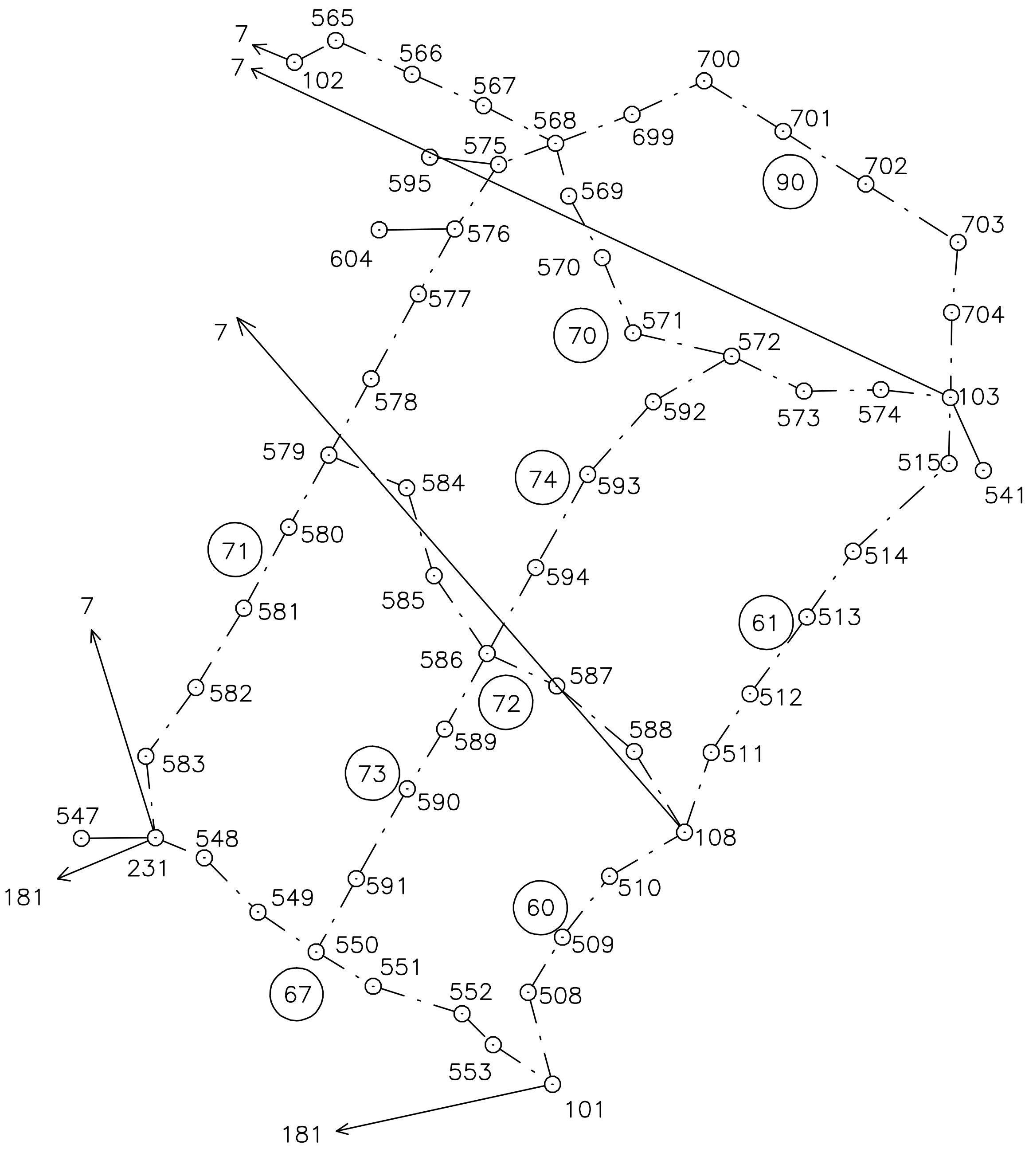
Číslo pořadu	Číslo bodu	Úhly a úhlové vyrovnání			Směrníky			Strany s		Souřadnice a souřadnicové vyrovnání	
		g	c	cc	g	c	cc			Y	X
(1)	(2)	(3)			(4)			(5)	(6)	(7)	(8)
					84	35	78				
				+14							
	127	52	90	70						767 427,78	1 044 639,74
										+4	+1
	729			+14	137	26	62	204,32		170,30	-112,89
		198	53	10						767 598,12	1 044 526,86
										+4	+1
	730			+14	135	79	86	199,36		168,66	-106,29
		202	46	30						767 766,82	1 044 420,58
										+3	-
	731			+14	138	26	30	135,69		111,91	-76,73
		293	73	10						767 878,76	1 044 343,85
										+2	+1
	732			+14	231	99	54	136,19		-65,60	-119,35
		149	71	80						767 813,18	1 044 224,51
										-	-
	141			+14	181	71	48	67,71		19,18	-64,94
		53	54	65						767 832,36	1 044 159,57
					35	26	27				
								∑s=743,27			
	Má být	35	26	27						Δy = 404,58	Δx = -480,17
										[Δy´]= 404,45	[Δx´]= -480,20
	Jest	35	25	43							
	Oω			+84						Oy = +0,13	Ox = +0,03
	Δω		±3	00						Op = 0,13	Δp = 0,24
	Oω<Δω									Op<Δp	
	δω			+14							

Cvičení:

4.2.1* Vypočtěte vyrovnané souřadnice polygonových bodů v pořadu
a) č.67 (231-101), b) č.60 (101-108), c) č.70 (102-103) (obr.4.2.3).

4.2.2* S použitím výsledků z předchozího příkladu vypočtěte vyrovnané souřadnice polygonových bodů v pořadu
a) č.71 (568-231), b) č.72 (579-108) c) č.73 (586-550) , c) č.74 (572-586),
d) č.90 (568-103) (obr.4.2.3).

4.2.3* Vypočtěte souřadnice bodů (viz. kap.4.3).
a) 547,   b) 541,   c) 595,   d)604   (obr.4.2.3).



Obr.4.2.3

Stano-visko	Bod	Vodorovné směry [g]	Délky [m]
231	181	0,0217	-
	547	24,1995	109,83
	7	105,8555	-
	583	117,3000	121,33
	548	249,7532	78,01
548	231	0,0155	78,01
	549	225,4800	113,20
549	548	0,0195	113,20
	550	187,8900	104,21
550	549	0,0162	104,21
	591	93,6145	123,62
	551	196,3112	98,37
551	550	0,0145	98,37
	552	184,5795	137,62
552	551	0,0205	137,62
	553	230,9410	65,06
553	552	0,0195	65,06
	101	187,5370	105,43
101	181	0,0217	-
	553	51,1577	105,43
	508	97,0845	140,74
	102	97,9070	-
508	101	0,0227	140,74
	509	252,2405	96,45
509	508	0,0160	96,45
	510	206,3157	113,59
510	509	0,0095	113,59
	108	224,2192	128,85
108	7	0,0240	-
	588	10,0805	140,92
	102	15,7052	-
	511	65,9177	124,43
	510	311,7245	128,85
511	108	0,0232	124,43
	512	216,8847	103,84
512	511	0,0147	103,84
	513	203,4445	141,40
513	512	0,0187	141,40
	514	198,4510	118,85
514	513	0,0145	118,85
	515	213,8110	192,20
515	514	0,0177	192,20
	103	148,4175	97,87

Stano-visko	Bod	Vodorovné směry [g]	Délky [m]
103	7	0,0137	-
	102	2,1107	-
	704	72,9687	125,75
	541	245,0500	118,31
	515	273,3112	97,87
	574	379,1540	103,44
102	7	0,0000	-
	565	144,7881	69,09
565	102	372,0062	69,09
	566	229,0495	123,05
566	565	0,0157	123,05
	567	199,7992	115,38
567	566	0,0100	115,38
	568	204,4637	120,31
568	567	0,0165	120,31
	699	146,2192	121,33
	569	253,5262	80,40
	575	346,6982	89,66
569	568	0,0260	80,40
	570	184,0260	103,87
570	569	0,0175	103,87
	571	207,3172	120,11
571	570	0,0215	120,11
	572	139,2410	150,12
572	571	0,0152	150,12
	573	213,8952	118,51
	592	351,9045	134,18
573	572	0,0160	118,51
	574	170,1545	113,83
574	573	0,0102	113,83
	103	208,3662	103,44
575	568	0,0172	89,66
	576	160,5467	115,08
	595	229,3612	102,12
576	575	0,0202	115,08
	577	194,6450	110,79
	604	261,2935	112,23
577	576	0,0112	110,79
	578	199,8265	143,08
578	577	0,0167	143,08
	579	199,9210	128,93
579	578	0,0185	128,93
	584	93,3435	125,14
	580	199,9855	122,21

Stano-visko	Bod	Vodorovné směry [g]	Délky [m]
580	579	0,0202	122,21
	581	200,0512	137,07
581	580	0,0170	137,07
	582	202,3055	137,05
582	581	0,0162	137,05
	583	205,6902	125,65
583	582	0,0177	125,65
	231	152,2150	121,33
584	579	0,1035	125,14
	585	255,3090	135,60
585	584	0,0965	135,60
	586	181,0530	139,46
586	585	0,1025	139,46
	594	70,9240	145,92
	587	166,2605	113,53
	589	270,8895	128,68
587	586	0,0230	113,53
	588	216,6755	150,01
588	587	0,0180	150,01
	108	219,9550	140,92
589	586	0,0905	128,68
	590	203,2345	103,91
590	589	0,1095	103,91
	591	197,3810	152,94

Stano-visko	Bod	Vodorovné směry [g]	Délky [m]
590	589	0,1095	103,91
	591	197,3810	152,94
591	590	0,1030	152,94
	550	198,9415	123,62
592	572	0,1070	134,18
	593	180,0665	144,52
593	592	0,1030	144,52
	594	186,1690	157,84
594	593	0,1155	157,84
	586	200,0455	145,92
699	568	0,0120	121,23
	700	195,4480	117,51
700	699	0,0200	117,51
	701	263,9175	138,73
701	700	0,0185	138,73
	702	199,8125	144,78
702	701	0,0185	144,78
	703	199,9477	161,22
703	702	0,0165	161,22
	704	269,7370	103,96
704	703	0,0217	103,96
	103	195,2635	125,75

ČB	Y	X
101	732016,58	1013866,39
102	732398,34	1012354,88
103	731428,14	1012850,50
108	731821,00	1013493,48
231	732603,74	1013501,58

$\sigma_{101-181} = 86,3643^g$

$\sigma_{102-7} = 124,6650^g$

$\sigma_{103-7} = 127,9720^g$

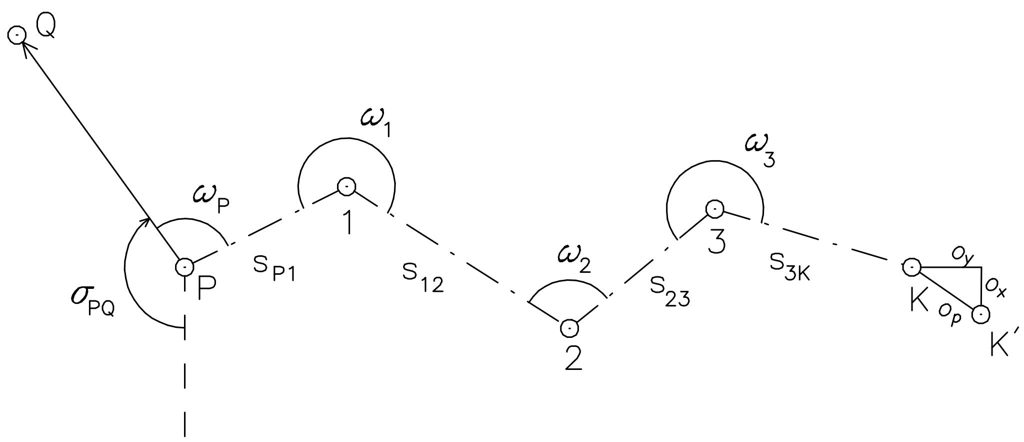
$\sigma_{108-7} = 154,4458^g$

$\sigma_{231-7} = 180,9722^g$

4.3. Vetknutý, jednostranně orientovaný polygonový pořad

Polygonové pořady kratší než 1,5 km mohou být orientované jednostranně. V tomto případě se polygonový pořad počítá stejně jako vetknutý, oboustranně orientovaný, ale provádí se pouze **souřadnicové** vyrovnání.

Dáno: ***P,K,Q*** [y,x]
Měřeno: ***s***, *ω*
Úkol: 1,2,3 [y,x]



Obr.4.3.1

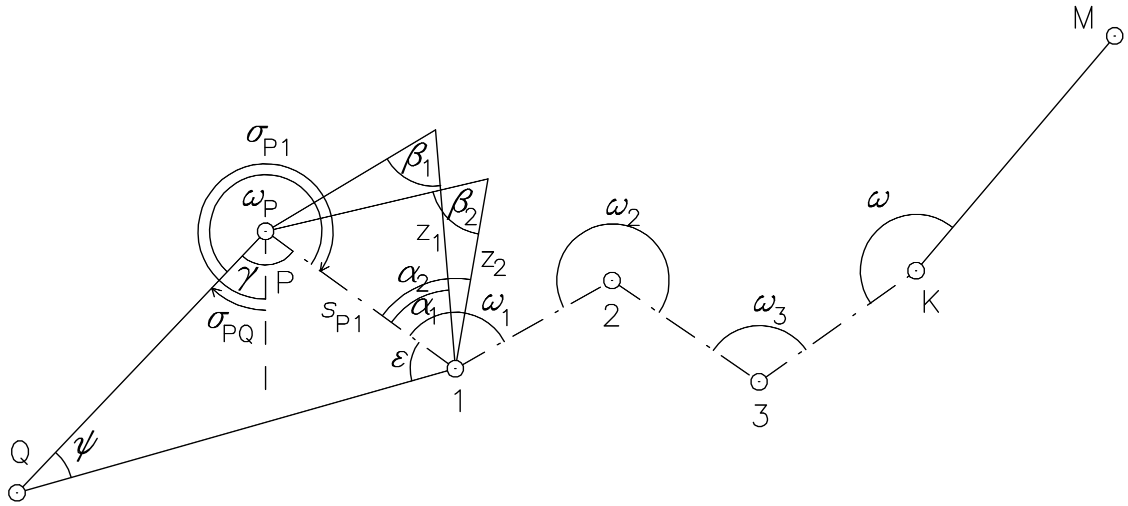
Cvičení:
4.3.1.* Vypočtete polygonové pořady ze cvičení 4.2.1. jako jednostranně orientované, s orientací pouze na počátečním bodě.

4.4. Nepřímé připojení polygonového pořadu

V praxi se může vyskytnout případ, kdy počátečním nebo koncovým bodem polygonového pořadu je trigonometrický nebo zhušťovací bod (např. věž kostela), na kterém nemůžeme změřit vrcholový úhel ω_P a délku první polygonové strany s_{P1}. Bod je tedy nepřístupný a tyto veličiny určujeme nepřímo. Mluvíme o **nepřímém připojení** polygonového pořadu.

V polygonové síti je nutno volit bod 1 tak, aby z něho bylo vidět na další známý bod Q (orientaci), aby bylo možno měřit úhel ε. Pro určení polygonové strany s_{P1} zvolíme dvě základny z_1 a z_2 tak, aby bylo možno změřit úhly α_1, β_1, α_2, β_2.

Dáno: ***P, Q***, [y,x]
Měřeno: α, β, ε, z
Úkol: s_{P1}, ω_P



Obr.4.4.1

Postup výpočtu:
1. Výpočet první polygonové strany ze dvou základen

$$s'_{P1} = \frac{z_1 \cdot \sin\beta_1}{\sin(\alpha_1 + \beta_1)}, \qquad s''_{P1} = \frac{z_2 \cdot \sin\beta_2}{\sin(\alpha_2 + \beta_2)},$$

přičemž rozdíl vypočtených délek musí být v přípustných mezích. Pak výsledná délka bude

$$s_{P1} = \frac{s'_{P1} + s''_{P1}}{2}.$$

2. Výpočet velikosti úhlu ω_P (z trojúhelníku 1***PQ***):
nejprve vypočteme úhel ψ

$$\sin\psi = \sin\varepsilon \cdot \frac{s_{P1}}{s_{PQ}}.$$

V trojúhelníku vypočteme úhel γ:

$$\gamma = 2R - (\varepsilon + \psi),$$

pak

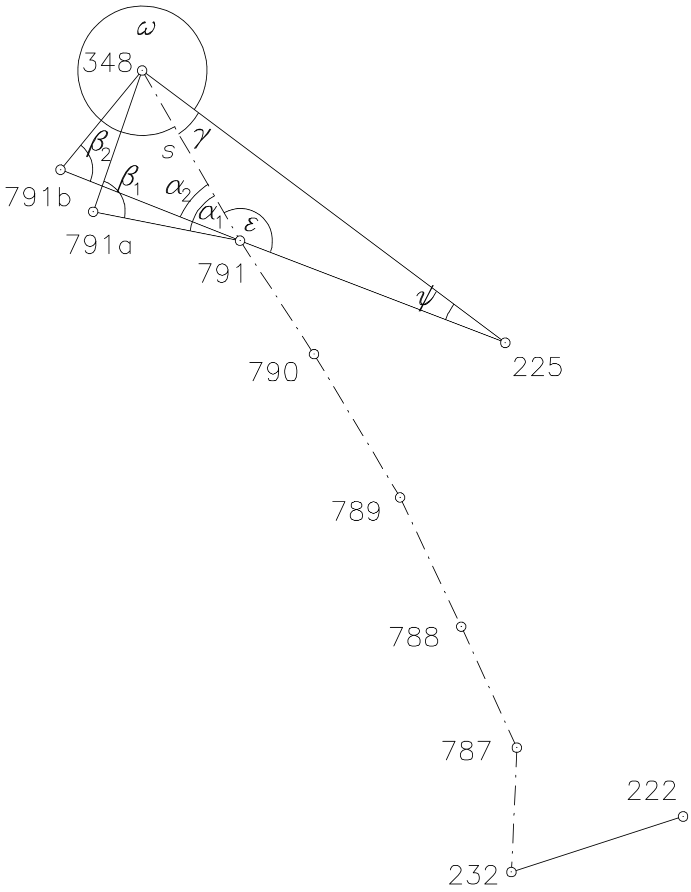
$$\omega_{\boldsymbol{P}} = 4\mathrm{R} - \gamma\ .$$

Další výpočet se provede podle kap.4.2.

Příklad 4.4.1

Vypočtěte souřadnice bodů polygonového pořadu 232-348. Koncový bod je nepřístupný (věž kostela). K určení délky poslední polygonové strany (791-348) byly zaměřeny pomocné základny $\boldsymbol{z}_1$ a $\boldsymbol{z}_2$. (obr.4.4.2)

Stanovisko	Záměra na bod	Vodorovný směr [g]	Délka [m]
232	222	0,0365	
	787	326,0420	96,42
787	232	0,0210	96,42
	788	169,7450	103,19
788	787	0,0185	103,19
	789	199,3145	110,75
789	788	0,0237	110,75
	790	193,7245	129,59
790	789	0,0240	129,59
	791	197,6582	105,05
791	790	1,2457	105,05
	791a	181,9805	95,29
	791b	183,2972	96,13
	348	204,7860	
	225	0,0217	
791a	348	0,0295	
	791	146,1567	95,29
791b	348	0,0227	
	791	148,0777	96,13



Obr.4.4.2

ČB	Y	X
232	734363,65	1015326,25
348	734650,48	1014705,54

$\sigma_{232\text{-}222}$ = 276,7734 ^{g}
$\sigma_{348\text{-}225}$ = 362,2245 ^{g}
$\boldsymbol{s}_{348\text{-}225}$ = 2 290,82m.

Nejprve vypíšeme ze zápisníku úhly a délky základen a vypočteme $\boldsymbol{s}_{791\text{-}348}$:

α_1 = 22,8055 ^{g} β_1 = 146,1272 ^{g} $\boldsymbol{z}_1$ = 95,29 m
α_2 = 21,4888 ^{g} β_2 = 148,0550 ^{g} $\boldsymbol{z}_2$ = 96,13 m.

Podle výše uvedených vzorců vypočteme $\boldsymbol{s}_{791\text{-}348}$.

$\boldsymbol{s}'_{791\text{-}348}$ = 152,18 m
$\boldsymbol{s}''_{791\text{-}348}$ = 152,09 m.

Pokud použijeme mezní rozdíl dvakrát měřené délky pásmem Δ_s = 0,14 m, potom

$s_{791\text{-}348}$ = 152,14 m.

Dále určíme velikost úhlů ε, ψ, γ:

$\varepsilon = 195{,}2357^g$ $\psi = 0{,}3162^g$ $\gamma = 4{,}4481^g$.

Vrcholový úhel $\omega_{348} = 395{,}5519^g$.

Výpočet celého polygonového pořadu provedeme v zápisníku (Př.4.4.1).

Str.: Př.4.4.1

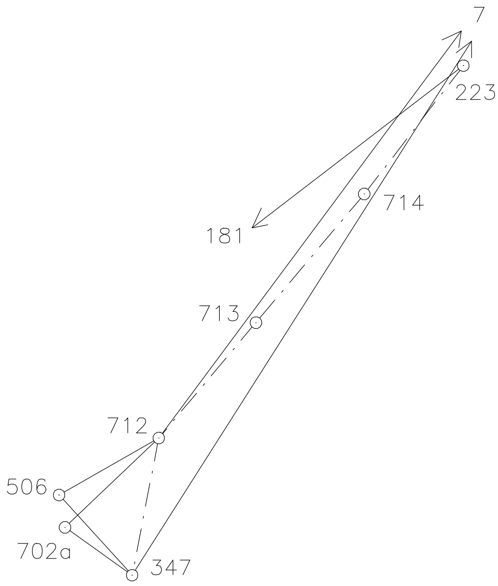
VÝPOČET SOUŘADNIC BODŮ POLYGONOVÝCH POŘADŮ

Číslo pořadu	Číslo bodu	Úhly a úhlové vyrovnání			Směrníky			Strany s		Souřadnice a souřadnicové vyrovnání	
		g	c	cc	g	c	cc			Y	X
(1)	(2)	(3)			(4)			(5)	(6)	(7)	(8)
					276	77	34				
				-2							
	232	326	00	55						734 363,65	1 015 326,25
										-	+1
				-3	202	77	85	96,42		-4,21	-96,33
	787	169	72	40						734 359,44	1 015 229,93
										-	+1
				-2	172	50	24	103,19		43,20	-93,71
	788	199	29	60						734 402,64	1 015 136,23
										-	+2
				-2	171	79	80	110,75		47,47	-100,06
	789	193	70	08						734 450,11	1 015 036,19
										-1	+2
				-3	165	49	86	129,59		66,84	-111,02
	790	197	63	42						734 516,94	1 014 925,19
										-	+1
				-2	163	13	27	105,05		57,49	-87,92
	791	203	54	03						734 574,43	1 014 837,28
										-1	2,00
				-2	166	67	28	152,14		76,06	-131,76
	348	395	55	19						734 650,48	1 014 705,54
										Δy = 286,83	Δx = -620,71
					362	22	45			[Δy´]= 286,85	[Δx´]= -620,80
	Má být	362	22	45			∑s	697,14		Oy = -0,02	Ox = +0,09
	Jest	362	22	61						Op = 0,09	Δp = 0,23
	Oω			-16						Op<Δp	
	Δω		±3	16							
	δω										

Cvičení:

4.4.1* Polygonový pořad vychází z nepřístupného bodu 347 a končí na bodě 223. Způsob zaměření je na obrázku (obr.4.4.3), výsledky měření ve výpisu ze zápisníků.

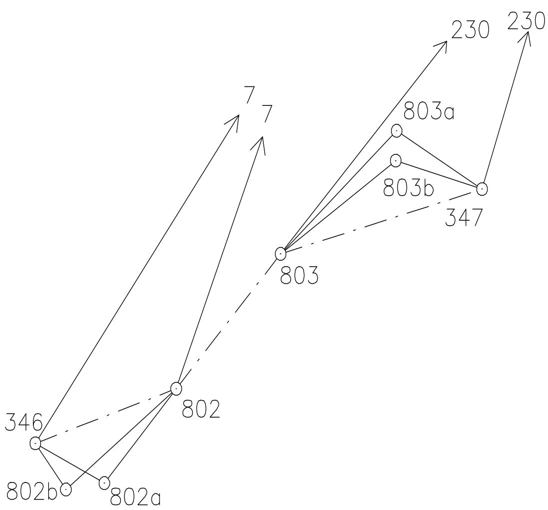
Stanovisko	Záměra na bod	Vodorovný směr [g]	Délka [m]
712	7	0,0190	
	713	6,7407	115,57
	347	174,4860	
	702a	213,5862	98,97
	506	216,7102	96,89
702a	712	0,0202	98,97
	347	88,4205	
506	712	96,3010	96,89
	347	184,4470	
713	712	0,0157	115,57
	714	200,0260	128,81
714	713	0,0240	128,81
	223	197,3910	124,15
223	181	0,0195	
	714	380,6027	124,15



Obr.4.4.3

ČB	Y	X
7	733037,41	1012094,10
181	735140,70	1014545,97
223	734205,41	1013892,41
347	734458,36	1014283,28

4.4.2*Vypočítejte souřadnice bodů 802 a 803 polygonového pořadu. Počátečním připojovacím bodem je bod 346 (orientace na 7) a koncovým bod 347 (orientace na 230). Způsob zaměření je na obrázku (obr.4.4.4), měřené hodnoty ve výpisu ze zápisníků.



Obr.4.4.4

ČB	Y	X
7	733037,41	1012094,10
230	733594,00	1013327,12
346	734760,24	1014427,66
347	734458,36	1014283,28

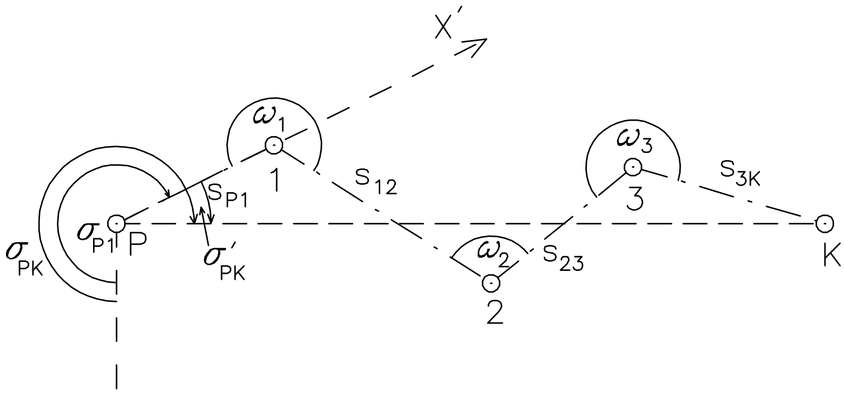
Stanovisko	Záměra na bod	Vodorovný směr [g]	Délka [m]
802	7	0,0275	-
	803	8,2885	104,16
	802a	224,8235	92,04
	802b	225,5995	93,00
	346	240,7740	-
803	802	0,0255	104,16
	230	202,8245	
	803a	206,5585	104,62
	803b	206,8210	104,09
	347	235,7840	-
802a	346	0,0270	-
	802	112,5105	92,04
802b	346	0,0200	-
	802	111,5190	93,00
803a	347	0,0330	-
	803	121,4125	104,62
803b	347	0,0275	-
	803	122,2730	104,09

4.5. Vetknutý polygonový pořad

Je-li polygonový pořad na obou koncích připojen pouze polohově, tedy chybí orientace pořadu, nazýváme ho **pořadem vetknutým**. V takovém případě není možno přímo určit směrník první polygonové strany.

Neorientované pořady by měly být kratší než 1,5 km a měly by mít nejvýše 4 strany. Pokud to okolnosti dovolují, zaměří se na některém z vrcholů orientační úhel (kontrola).

Dáno: ***P,K*** [y,x]
Měřeno: ***s***, *ω*
Úkol: 1,2,3 [y,x]



Obr.4.5.1

Postup výpočtu:

Polygonový pořad nejprve vypočteme ve vlastní soustavě jako volný polygonový pořad, kde do bodu ***P*** dáme počátek soustavy a do první polygonové strany vložíme osu +X´ (viz. kap. 4.1.).

Vypočteme souřadnice koncového bodu ve vlastní soustavě $\boldsymbol{y_K}'$, $\boldsymbol{x_K}'$, vzdálenost $\boldsymbol{s_{PK}}'$ a směrník σ_{PK}'. Rozdíl délky $\boldsymbol{s_{PK}}$ (vypočtené z daných souřadnic) a $\boldsymbol{s_{PK}}'$ musí být v dopustných mezích ($\boldsymbol{O_s} \leq \Delta_s$). V našich příkladech budeme používat $\Delta_s = \pm\, 0{,}01 \cdot \sqrt{[\boldsymbol{s}]} + 0{,}02$.

První připojovací směrník σ_{P1} vypočteme:

$\sigma_{P1} = \sigma_{PK} - \sigma_{PK}'$ (leží-li bod 1 vlevo od spojnice ***PK***)

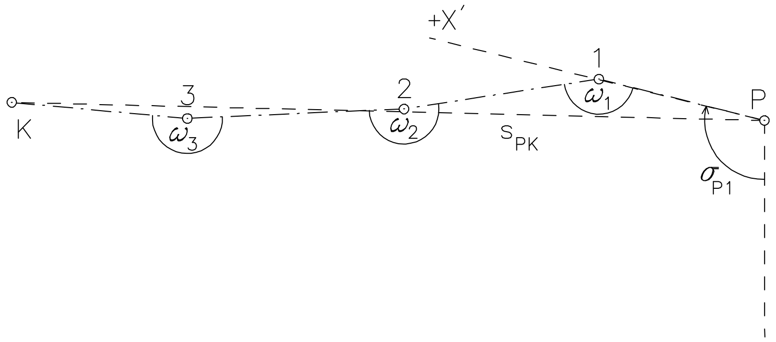
$\sigma_{P1} = \sigma_{PK} - \sigma_{PK}' + 4R$ (leží-li bod 1 vpravo od spojnice ***PK***).

Známe-li směrník první polygonové strany v hlavní souřadnicové soustavě, můžeme vypočítat souřadnice všech bodů, přičemž provedeme souřadnicové vyrovnání viz. kap. 4.2. Úhlové vyrovnání odpadá.

Vetknutý polygonový pořad můžeme počítat pomocí transformace viz. kap. 5.

Příklad 4.5.1

Mezi body ***P*** a ***K*** byl vložen polygonový pořad, který nebylo možno směrově připojit. Vypočtěte souřadnice polygonových bodů 1,2,3 (obr.4.5.2).



ČB	Y	X
P	731660,35	1014677,05
K	732237,49	1014663,26

$\omega_1 =$ 174.7735 ^{g}
$\omega_2 =$ 206,8980 ^{g}
$\omega_3 =$ 208,6070 ^{g}

$s_{P1} =$ 130,74 m
$s_{12} =$ 151,17 m
$s_{23} =$ 166,37 m
$s_{3K} =$ 135,24 m

Obr.4.5.2

Nejprve vypočteme polygon ve vlastní soustavě.

Str.: Př.4.5.1a

VÝPOČET SOUŘADNIC BODŮ POLYGONOVÝCH POŘADŮ

Číslo pořadu	Číslo bodu	Úhly a úhlové vyrovnání g	c	cc	Směrníky g	c	cc	Strany s		Souřadnice a souřadnicové vyrovnání Y	X
(1)	(2)	(3)			(4)			(5)	(6)	(7)	(8)
	P									0,00	0,00
					0	00	00	130,74		0,00	130,74
	1	174	77	35						0,00	130,74
					374	77	35	151,17		-58,35	139,46
	2	206	89	80						-58,35	270,20
					381	67	15	166,37		-47,24	159,52
	3	208	60	70						-105,59	429,72
					390	27	85	135,24		-20,57	133,67
	K									-126,16	563,39
	Má být	390	27	85						Δy = -126,16	Δx = 563,39
	Jest							∑s=583,52		[Δy´]= -126,16	[Δx´]= 563,39
		390	27	85							

Dále vypočteme:

$s_{PK}´$ = 577,34m $\sigma_{PK}´$ = 385,9755 ^{g},

s_{PK} = 577,31m σ_{PK} = 101,5209 ^{g}

$\boldsymbol{O_s} = \boldsymbol{s_{PK}} - \boldsymbol{s_{PK}}' = -0{,}03\text{m}$ $\qquad \Delta_s = \pm 0{,}26\text{m}$ $\qquad \boldsymbol{O_s} \leq \Delta_s$.
Vypočteme první připojovací směrník $\boldsymbol{\sigma_{P1}} = \boldsymbol{\sigma_{PK}} - \boldsymbol{\sigma_{PK}}' + 4R = 115{,}5454^g$. Další výpočet opět provedeme v zápisníku.

Str.: Př.4.5.1b

VÝPOČET SOUŘADNIC BODŮ POLYGONOVÝCH POŘADŮ

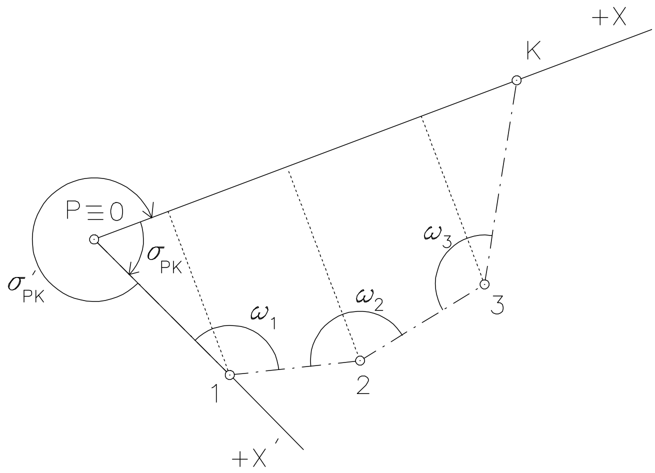
Číslo pořadu	Číslo bodu	Úhly a úhlové vyrovnání g	c	cc	Směrníky g	c	cc	Strany s		Souřadnice a souřadnicové vyrovnání Y	X
(1)	(2)	(3)			(4)			(5)	(6)	(7)	(8)
	P									731 660,35	1 014 677,05
					115	54	54	130,74		126,86	-31,61
	1	174	77	35						731 787,21	1 014 645,44
										-1	
					90	31	89	151,17		149,43	22,90
	2	206	89	80						731 936,63	1 014 668,34
										-1	
					97	21	69	166,37		166,21	7,27
	3	208	60	70						732 102,83	1 014 675,61
										-1	
					105	82	39	135,24		134,67	-12,35
	K									732 237,49	1 014 663,26
	Má být	105	82	39						Δy = 577,14	Δx = -13,79
	Jest							∑s=583,52		[Δy´] = 577,17	[Δx´]= -13,79
		105	82	39						Oy = -0,03	Ox = 0,00
										Op = 0,03	Δp = 0,22
										Op<Δp	

Za vetknutý polygonový pořad považujeme i takový pořad, kde sice neznáme souřadnice počátečního a koncového bodu, ale známe délku jejich spojnice, např. odměřením z mapy. Úkolem je určit souřadnice polygonových bodů vzhledem ke spojnici ***PK***. Osa +X hlavní souřadnicové soustavy leží ve spojnici ***PK*** a počátek je v bodě ***P***, osa +X´ vedlejší souřadnicové soustavy leží v první polygonové straně.

Tohoto způsobu lze použít k zobrazení polygonových bodů do mapy. Zobrazení polygonových bodů od spojnice ***PK*** je pohodlnější a přesnější než zobrazení vzhledem k sekčním čarám. Délku $\boldsymbol{s_{PK}}$ odměřenou z mapy musíme opravit o srážku papíru. Pro určení mezní odchylky Δ_s je rozhodující, kdy byla mapa vyhotovena.

Příklad 4.5.2

Byl zaměřen polygonový pořad mezi body ***P*** a ***K*** (vrcholové úhly a délky). Pro zobrazení polygonových bodů do mapy měřítka 1 : 2 880 vypočtěte jejich souřadnice vzhledem ke spojnici ***PK***, na mapě byla odměřena vzdálenost ***PK*** $\boldsymbol{s_{PK}^{odm.}} = 470{,}2$ m. Srážka papíru ve směru ***PK*** je 1,05%, ve směru kolmém 0,86%. (obr. 4.5.3)



$\omega_1 = 159{,}9444^g$
$\omega_2 = 191{,}1111^g$
$\omega_3 = 161{,}2315^g$

$s_{P1} = 155{,}05$ m
$s_{12} = 106{,}00$ m
$s_{23} = 118{,}63$ m
$s_{3K} = 167{,}75$ m

Mapa byla vyhotovena r. 1842 ($\Delta_s = s_{PK}/200$).

Obr.4.5.3

Nejprve vypočteme polygonový pořad ve vlastní soustavě, kde do první polygonové strany vložíme osu +X´. Odměřenou délku opravíme o srážku papíru a získanou délku porovnáme s délkou z vlastní soustavy. Poté určíme směrník první polygonové strany $\sigma_{P1} = \sigma_{PK} - \sigma_{PK}' + 4R$, kde $\sigma_{PK} = 0$.

Vypočteme souřadnice polygonových bodů v hlavní soustavě. Abychom mohli vypočtené souřadnice použít pro zobrazení bodů do mapového listu, musíme je opravit o srážku papíru. Výpočty jsou provedeny v zápisníku (Př.4.5.2a).

Str.: Př.4.5.2a

VÝPOČET SOUŘADNIC BODŮ POLYGONOVÝCH POŘADŮ

Číslo pořadu	Číslo bodu	Úhly a úhlové vyrovnání			Směrníky			Strany s		Souřadnice a souřadnicové vyrovnání	
		g	c	cc	g	c	cc			Y	X
(1)	(2)	(3)			(4)			(5)	(6)	(7)	(8)
	P									0,00	0,00
	1				0	00	00	155,05		0,00	155,05
		159	94	44						0,00	155,05
	2				359	94	44	106,00		-62,38	85,70
		191	11	11						-62,38	240,75
	3				351	05	55	118,63		-82,48	85,26
		161	23	15						-144,86	326,01
	K				312	28	70	167,75		-164,64	32,18
										-309,50	358,19
	Má být	385	26	38						Δy = -309,50	Δx = 358,19
	Jest	385	26	38						[Δy´]= -309,50	[Δx´]= 358,19

$s_{PK}´$ = 473,38m $\sigma_{PK}´ = 354{,}6342\,^{g}$,

s_{PK} = 470,2 . srážka = 470,2 . 1,0105 = 475,14 m $\sigma_{PK} = 0\,^{g}$

$O_s = s_{PK} - s_{PK}´$ = 1,76 m $\Delta_s = \pm 2{,}4$ m $O_s \leq \Delta_s$.

Vypočteme první připojovací směrník $\sigma_{P1} = \sigma_{PK} - \sigma_{PK}´ + 4R = 45{,}3658\,^{g}$. Další výpočet opět provedeme v zápisníku. (Př.4.5.2b)

Str.: Př.4.5.2b

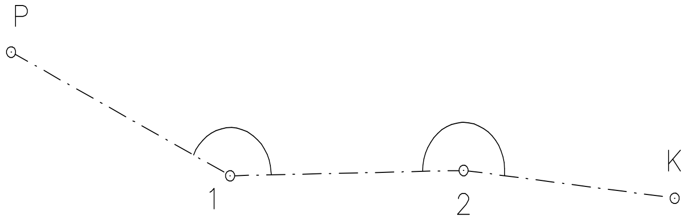
VÝPOČET SOUŘADNIC BODŮ POLYGONOVÝCH POŘADŮ

Číslo pořadu	Číslo bodu	Úhly a úhlové vyrovnání			Směrníky			Strany s		Souřadnice a souřadnicové vyrovnání	
		g	c	cc	g	c	cc			Y	X
(1)	(2)	(3)			(4)			(5)	(6)	(7)	(8)
									zobrazit		
	P								do mapy		
										0,00	0,00
									y = 100,5		+44
	1				45	36	58	155,05	x = 116,5	101,37	117,32
		159	94	44						101,37	117,76
									y = 109,3		+39
	2				5	31	02	106,00	x = 221,4	8,83	105,63
		191	11	11						110,20	223,78
									y = 102,6		+44
	3				396	42	13	118,63	x = 339,1	-6,67	118,44
		161	23	15						103,53	342,66
									y = 0	+1	+49
	K				357	65	28	167,75	x = 470,2	-103,54	131,99
										0,00	475,14
	Má být	357	65	28						Δy = 0,00	Δx = 474,14
										[Δy´] = -0,01	[Δx´] = 473,38
	Jest	357	65	28						Oy = +0,01	Ox = +1,76
										Op = 1,76	Δp = 2,4

Cvičení:

4.5.1 Vypočtěte souřadnice bodů 1a 2 v pořadu:

a)



ČB	Y	X
P	1751,53	2789,71
K	1428,14	2850,50

$\omega_1 = 170{,}1385^{g}$

$\omega_2 = 208{,}3560^{g}$

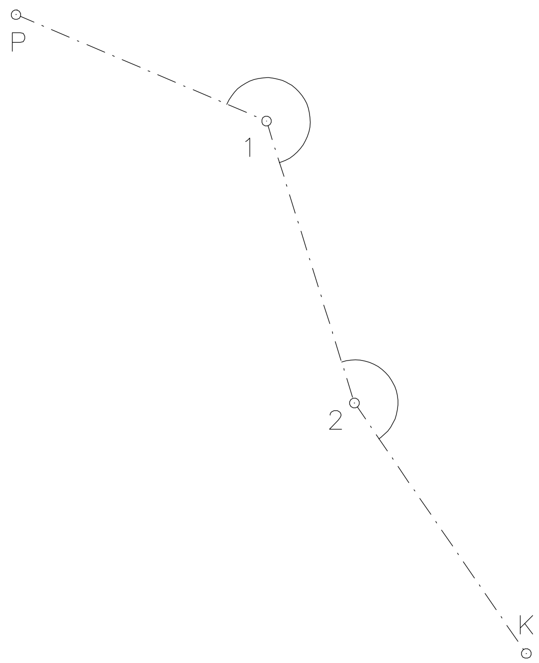
$\boldsymbol{s}_{P1} = 118{,}51$ m

$\boldsymbol{s}_{12} = 113{,}83$ m

$\boldsymbol{s}_{2K} = 103{,}44$ m

Obr.4.5.4

b)



ČB	Y	X
P	2347,81	2935,58
K	2113,06	3229,07

$\omega_1 = 255{,}2055^{g}$

$\omega_2 = 180{,}9565^{g}$

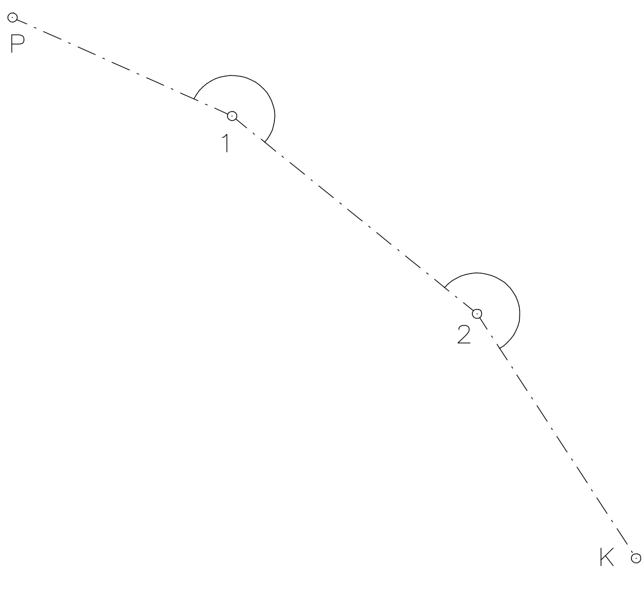
$\boldsymbol{s}_{P1} = 125{,}14$ m

$\boldsymbol{s}_{12} = 135{,}60$ m

$\boldsymbol{s}_{2K} = 139{,}56$ m

Obr.4.5.5

c)



ČB	Y	X
P	2113,06	3229,07
K	1821,00	3493,48

$\omega_1 = 216{,}6525^{g}$

$\omega_2 = 219{,}9370^{g}$

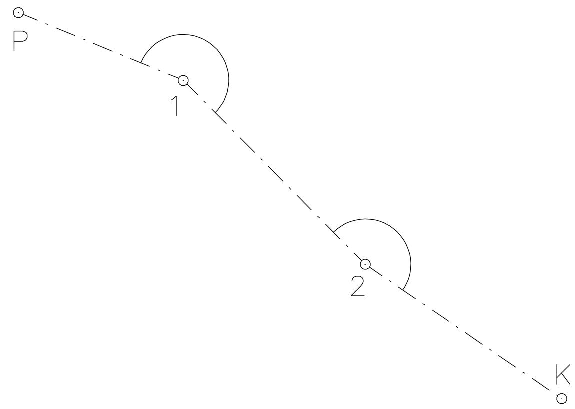
$\boldsymbol{s}_{P1} = 113{,}53$ m

$\boldsymbol{s}_{12} = 150{,}01$ m

$\boldsymbol{s}_{2K} = 140{,}92$ m

Obr.4.5.6

d)



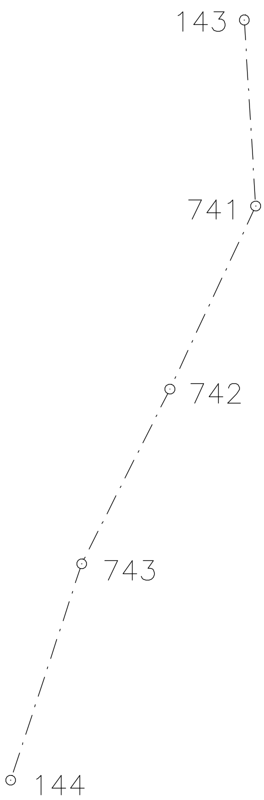
Obr.4.5.7

ČB	Y	X
P	2603,74	3501,58
K	2366,00	3670,55

$\omega_1 = 225{,}4645^{g}$
$\omega_2 = 187{,}8705^{g}$
$\boldsymbol{s}_{P1} = 78{,}01$ m
$\boldsymbol{s}_{12} = 113{,}20$ m
$\boldsymbol{s}_{2K} = 104{,}21$ m

4.5.2* Vypočtěte souřadnice bodů 741,742 a 743 vetknutého polygonového pořadu, který vychází z bodu 143 a končí na bodě 144 (obr.4.5.8).

ČB	Y	X
143	733556,76	1014145,94
144	733729,91	1014708,93



Obr.4.5.8

Zápisník měřených úhlů a vzdáleností

Číslo		Řada	Vodorovné úhly						Výsledná vzdálenost	
stanoviska	cílového bodu					průměr				
						redukovaný průměr			s	
			g	c	cc				m	cm
(1)	(2)	(3)	(4)			(5)			(6)	
741		I	0	06	30					
	143	II	200	05	80				138	11
		I	231	86	40					
	742	II	31	86	0				149	74
742		I	1	41	70					
	741	II	201	41	30				149	74
		I	203	31	50					
	743	II	3	30	90				144	95
743		I	0	74	0					
	742	II	200	73	50				144	95
		I	191	11	60					
	144	II	391	11	10				168	72

4.5.3 Při doplňování pozemkové mapy byl mezi pevnými body ***P*** a ***K*** veden polygonový pořad, v němž byly změřeny vrcholové úhly a délky stran. Mapa byla vyhotovena r. 1864 stolovou metodou v měřítku 1 : 2880 a má ve směru ***PK*** i ve směru kolmém srážku 0,69%.

Měřené hodnoty:

$\omega_1 = 202{,}0580^{g}$
$\omega_2 = 198{,}9475^{g}$
$\omega_3 = 204{,}5645^{g}$
$\omega_4 = 188{,}8295^{g}$

$\boldsymbol{s}_{P1} = 113{,}18$ m
$\boldsymbol{s}_{12} = 127{,}73$ m
$\boldsymbol{s}_{23} = 79{,}33$ m
$\boldsymbol{s}_{34} = 104{,}05$ m
$\boldsymbol{s}_{4K} = 84{,}15$ m

Vzdálenost $\boldsymbol{s}_{PK}$ odměřená z mapy = 504,1 m.

Vypočtěte souřadnice polygonových bodů vzhledem ke spojnici ***PK***, které budete zobrazovat do mapy ($\Delta_{\boldsymbol{s}} = \boldsymbol{s}_{PK}/200$).

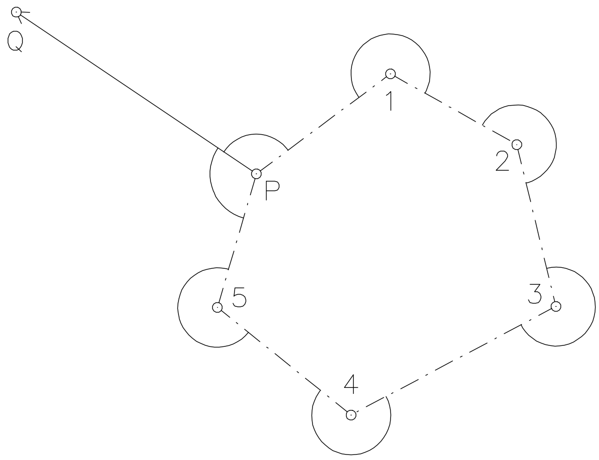
4.6. Uzavřený polygonový pořad

V některých případech můžeme použít uzavřený polygonový pořad, tj.pořad, který začíná a končí na stejném bodě.

4.6.1. Připojený, orientovaný

Počítáme stejně jako vetknutý, oboustranně orientovaný, kde počáteční i koncový bod je totožný.

Příklad 4.6.1
Vypočtěte souřadnice bodů 1,2,3,4,5 v uzavřeném polygonovém pořadu, pokud jsou dány souřadnice připojovacího bodu ***P*** a bodu, na který je dána orientace ***Q*** (obr.4.6.1).



Obr.4.6.1

ČB	Y	X
P	750549,30	1150247,56
Q	750912,75	1150003,17

$\omega_1 = 273{,}2845^g$ $\quad$ $s_{P1} = 252{,}90$ m
$\omega_2 = 252{,}4303^g$ $\quad$ $s_{12} = 219{,}02$ m
$\omega_3 = 284{,}1092^g$ $\quad$ $s_{23} = 251{,}78$ m
$\omega_4 = 274{,}1850^g$ $\quad$ $s_{34} = 350{,}91$ m
$\omega_5 = 274{,}9398^g$ $\quad$ $s_{45} = 259{,}52$ m
$s_{5P} = 210{,}25$ m

Stan.	Cíl	Směr [g]
P	Q	0,1360
	1	121,6320
	5	280,5660
	Q	0,1360

Polygonový pořad vypočteme stejně jako vetknutý, oboustranně orientovaný, kde počátečním i koncovým bodem je bod ***P***. Postup výpočtu je patrný z obr.4.6.1 a z vypočteného zápisníku (Př.4.6.1).

VÝPOČET SOUŘADNIC BODŮ POLYGONOVÝCH POŘADŮ

Číslo pořadu	Číslo bodu	Úhly a úhlové vyrovnání			Směrníky			Strany s		Souřadnice a souřadnicové vyrovnání	
		g	c	cc	g	c	cc			Y	X
(1)	(2)	(3)			(4)			(5)	(6)	(7)	(8)
					137	68	62				
	P			-21							
		121	49	60						750 549,30	1 150 247,56
										-3	+1
	1			-21	259	18	01	252,90		-202,67	-151,27
		273	28	45						750 346,60	1 150 096,30
										-3	-
	2			-21	332	46	25	219,02		-191,16	106,91
		252	43	03						750 155,41	1 150 203,21
										-1	+2
	3			-22	384	89	07	251,78		-59,20	244,72
		284	10	92						750 096,20	1 150 447,95
										-4	+1
	4			-21	68	99	77	350,91		310,12	164,21
		274	18	50						750 406,28	1 150 612,17
										-3	+1
	5			-21	143	18	06	259,52		202,08	-162,84
		274	93	98						750 608,33	1 150 449,34
										-	+1
	P			-21	218	11	83	210,25		-59,03	-201,79
		119	57	00						750 549,30	1 150 247,56
										Δy = 0	Δx = 0
					137	68	62			[Δy´] = 0,14	[Δx´]= -0,06
	Má být	137	68	62			∑s	1544,38		Oy = -0,14	Ox = +0,06
	Jest	137	70	10						Op = 0,15	Δp = 0,30
	Oω		-1	48						Op<Δp	
	Δω		±3	16							
	δω			21							

4.6.2. Ve vlastní soustavě

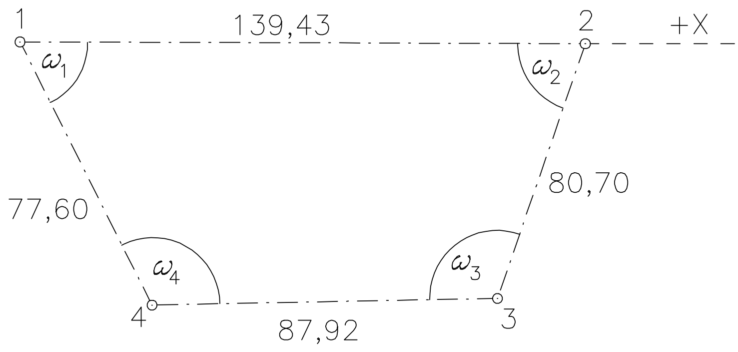
V tomto případě zpravidla vkládáme do nejdelší polygonové strany kladnou osu X. Úhlové vyrovnání provedeme podle podmínky, že součet vrcholových úhlů v n-úhelníku má být :

a) u vnitřních úhlů (n - 2).2R,

b) u vnějších úhlů (n + 2).2R.

Výpočet provedeme stejně jako u vetknutého, oboustranně orientovaného polygonového pořadu. Celý postup je ukázán na příkladu 4.6.2.

Příklad 4.6.2
Vypočtěte souřadnice bodů 1,2,3,4 v uzavřeném polygonovém pořadu ve vlastní soustavě. Osu +X vložte do strany 1-2 (Obr.4.6.2).



$\omega_1 = 79{,}1800^g$
$\omega_2 = 78{,}6180^g$
$\omega_3 = 119{,}3720^g$
$\omega_4 = 122{,}8220^g$

Obr.4.6.2

V našem případě „Má být“ = (n - 2).2R = 4R, „Jest“ = [ω] = 399,9920^g.
V zápisníku (Př.4.6.2) je proveden výpočet tak, aby mohly být využity měřené úhly.

Str.: Př.4.6.2

VÝPOČET SOUŘADNIC BODŮ POLYGONOVÝCH POŘADŮ

Číslo pořadu	Číslo bodu	Úhly a úhlové vyrovnání			Směrníky			Strany s		Souřadnice a souřadnicové vyrovnání	
		g	c	cc	g	c	cc			Y	X
(1)	(2)	(3)			(4)			(5)	(6)	(7)	(8)
					0	00	00				
				+20							
	1	79	18	00						0,00	0,00
										-3	-
				+20	79	18	20	77,60		73,49	24,93
	4	122	82	20						73,46	24,93
										-	+1
				+20	2	00	60	87,92		2,77	87,88
	3	119	37	20						76,23	112,82
										-4	-
				+20	321	38	00	80,70		-76,19	26,60
	2	78	61	80						0,00	139,42
										-	+1
					200	00	00	139,43		0,00	-139,43
	1									0,00	0,00
										Δy = 0,00	Δx = 0,00
							∑s=	385,65		[Δy´] = 0,07	[Δx´]= -0,02
										Oy = -0,07	Ox = +0,02
	Má být	400	00	00						Op = 0,07	Δp = 0,20
	Jest	399	99	20						Op<Δp	
	Oω			+80							
	Δω		±2	65							

Pokud bychom chtěli zachovat číslování ve směru hodinových ručiček, museli bychom do výpočtu dopočítat vnější úhly (levostranné, Př.4.6.3).
Potom „Má být“ = (n + 2).2R = 12R, „Jest“ = [ω] = 1200,0080^g.

Str.: Př.4.6.3

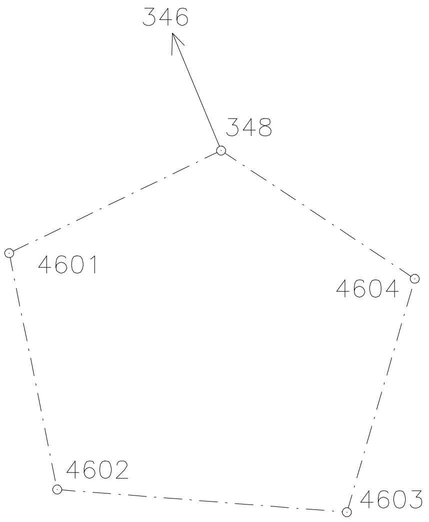
VÝPOČET SOUŘADNIC BODŮ POLYGONOVÝCH POŘADŮ

Číslo pořadu	Číslo bodu	Úhly a úhlové vyrovnání			Směrníky			Strany s		Souřadnice a souřadnicové vyrovnání	
		g	c	cc	g	c	cc			Y	X
(1)	(2)	(3)			(4)			(5)	(6)	(7)	(8)
	1									0,00	0,00
										-	-1
				-20	0	00	00	139,43		0,00	139,43
	2	321	38	20						0,00	139,42
										+4	-
				-20	121	38	00	80,70		76,19	-26,60
	3	280	62	80						76,23	112,82
										-	-1
				-20	202	00	60	87,92		-2,77	-87,88
	4	277	17	80						73,46	24,93
										+3	-
				-20	279	18	20	77,60		-73,49	-24,93
	1	320	82	00						0,00	0,00
										Δy = 0,00	Δx = 0,00
					0	00	00			[Δy´] = -0,07	[Δx´]= 0,02
										Oy = +0,07	Ox = -0,02
	Má být	1200	00	00						Op = 0,07	Δp = 0,20
	Jest						∑s=	385,65			
		1200	00	80						Op<Δp	
	Oω			-80							
	Δω		±2	65							

Cvičení:
4.6.1.*Vypočtěte souřadnice bodů uzavřeného polygonového pořadu (obr.4.6.3).

ČB	Y	X
346	734760,24	1014427,66
348	734650,48	1014705,54

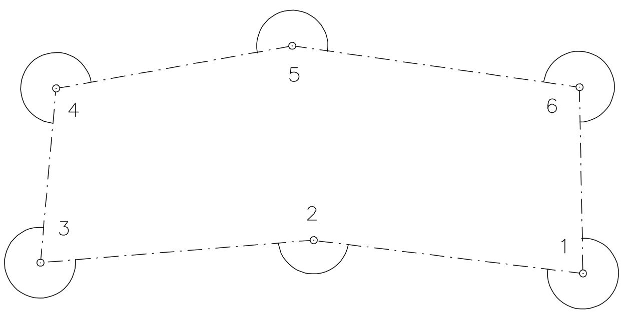
$s_{348-4601}$ = 194,71 m
$s_{4601-4602}$ = 199,19 m
$s_{4602-4603}$ = 240,32 m
$s_{4603-4604}$ = 200,84 m
$s_{4604-348}$ = 191,98 m



Stan.	Cíl	Směr [g]	Délka [m]
348	4604	0,000	191,98
	4601	134,130	194,71
	346	238,870	-
4601	348	0,000	194,71
	4602	115,90	199,19
4602	4601	0,000	199,19
	4603	117,74	240,32
4603	4602	0,000	240,32
	4604	113,060	200,84
4604	4603	0,000	200,84
	348	119,15	191,98

Obr.4.6.3

4.6.2. Vypočtěte vyrovnané souřadnice bodů uzavřeného polygonového pořadu ve vlastní soustavě (obr.4.6.4):
a) osu X vložte do strany 1-2,
b) osu X vložte do nejdelší strany.



$\omega_1 = 314{,}1620^g$ $\quad$ $\boldsymbol{s}_{12} = 102{,}86$ m
$\omega_2 = 199{,}2410^g$ $\quad$ $\boldsymbol{s}_{23} = 110{,}91$ m
$\omega_3 = 294{,}8560^g$ $\quad$ $\boldsymbol{s}_{34} = 65{,}74$ m
$\omega_4 = 289{,}7110^g$ $\quad$ $\boldsymbol{s}_{45} = 93{,}50$ m
$\omega_5 = 223{,}1090^g$ $\quad$ $\boldsymbol{s}_{56} = 112{,}97$ m
$\omega_6 = 278{,}9330^g$ $\quad$ $\boldsymbol{s}_{61} = 77{,}32$ m

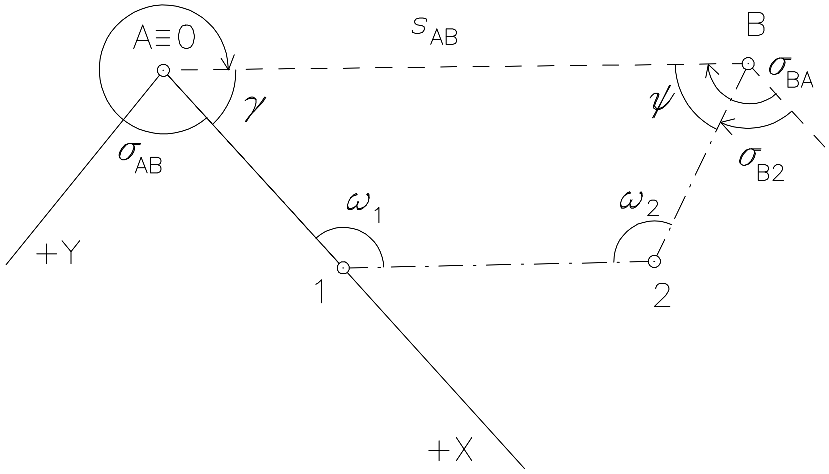
Obr.4.6.4

4.7. Souřadnicové řešení vytyčovacích úloh

Polygonové pořady můžeme využít při řešení různých technických úloh ve stavebnictví či důlních pracích. Uvedeme si dvě úlohy praktického použití polygonového pořadu při vytyčovacích pracích. Pro naše účely jsou úlohy značně zjednodušeny a v praxi by bylo nutno dodržovat přísnější kritéria. Nám v tomto případě jde o pochopení problému v nejjednodušší formě.

4.7.1. Vytyčení spojnice AB

Tato úloha se vyskytne např. při ražení tunelů, kdy není z bodu A vidět na bod B.



Obr.4.7.1

Postup výpočtu:

Body ***A, B*** spojíme polygonovým pořadem, ve kterém změříme úhly ω a délky polygonových stran ***s***.

Úkolem je vypočítat vytyčovací úhly γ a ψ, aby se spojnice ***AB*** mohla vytyčit od polygonových stran a dalo se razit z obou konců tunelu.

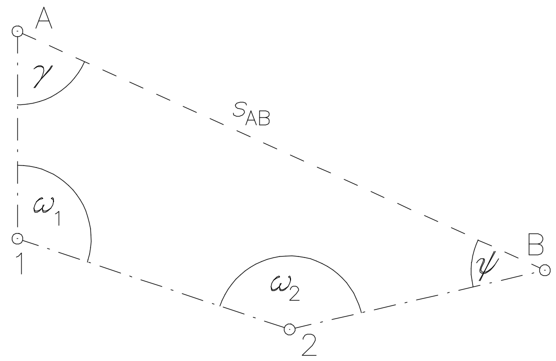
Výpočet polygonového pořadu provedeme ve vlastní soustavě (kap. 4.1.2). Vypočteme souřadnice bodu ***B***, směrník $\boldsymbol{\sigma_{AB}}$ a délku prorážky $\boldsymbol{s_{AB}}$. Vytyčovací úhly jsou (obr.4.7.1):

$$\gamma = 4R - \sigma_{AB}, \qquad \psi = \sigma_{BA} - \sigma_{B2}.$$

Kontrolou správnosti výpočtu vytyčovacích úhlů je součet úhlů v ***n***-úhelníku.

Příklad 4.7.1

Z bodu ***A*** do bodu ***B***, mezi nimiž je překážka, má být vytyčen přímý směr. Proto byl mezi tyto body vložen polygonový pořad, v němž byly změřeny vrcholové úhly a délky stran (obr.4.7.2). Vypočtěte vytyčovací úhly γ a ψ a délku spojnice ***AB***.



Obr.4.7.2

$\omega_1 = 120{,}478^g$
$\omega_2 = 165{,}036^g$

$s_{A1} = 84{,}52$ m
$s_{12} = 117{,}02$ m
$s_{2B} = 106{,}87$ m

Nejprve vypočteme volný polygonový pořad podle kapitoly 4.1.2.
Z výpočtu dostáváme:

$y_B = -215{,}13$ m
$x_B = 97{,}41$ m
$\sigma_{AB} = 327{,}0666^g$

$s_{AB} = 236{,}16$m

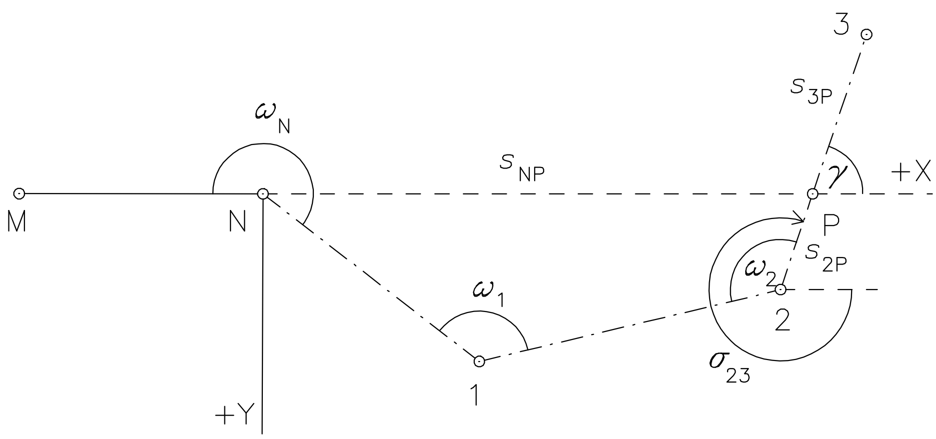
$\gamma = 4R - \sigma_{AB} = 72{,}9334^g$

$\psi = \sigma_{BA} - \sigma_{B2} = 41{,}5526^g$.

Kontrola: $\gamma + \psi + \omega_1 + \omega_2 = 400^g$.

4.7.2. Prodloužení směru za překážku

Překážku obejdeme polygonovým pořadem tak, aby některá strana polygonového pořadu protínala prodlužovaný směr. Změříme vrcholové úhly a délky stran (obr.4.7.3).



Obr.4.7.3

Úkolem je určit:

1. polohu průsečíku $\boldsymbol{P}$ ležícího na polygonové straně $\boldsymbol{s}_{23}$ a zároveň na prodlužovaném směru $\boldsymbol{MN}$, tj. vzdálenost $\boldsymbol{s_{2P}}$, kontrolně $\boldsymbol{s_{3P}}$,
2. vytyčovací úhel γ,
3. délku spojnice $\boldsymbol{NP}$.

Postup výpočtu:

Osu +X vložíme do směru $\boldsymbol{MN}$ a počátek zvolíme v bodě $\boldsymbol{N}$. Určíme souřadnice všech polygonových bodů, zejména bodů 2 a 3, a směrník $\sigma_{\boldsymbol{23}}$. Polohu bodu $\boldsymbol{P}$ určíme výpočtem rajónu 2-$\boldsymbol{P}$, ve kterém:

a) známe souřadnice počátečního bodu 2, směrník $\sigma_{\boldsymbol{2P}} = \sigma_{\boldsymbol{23}}$ a $\boldsymbol{y_P} = 0$,
b) můžeme vypočítat $\boldsymbol{s}_{2P}$ z rovnic pro výpočet rajónu:

$$\boldsymbol{y_P} = \boldsymbol{y_2} + \boldsymbol{s_{2P}}.\sin \sigma_{\boldsymbol{2P}} ,$$

tj.

$$0 = \boldsymbol{y_2} + \boldsymbol{s_{2P}}.\sin \sigma_{\boldsymbol{2P}} ,$$

z toho

$$\boldsymbol{s_{2P}} = -\frac{\boldsymbol{y}_2}{\sin \sigma_{2\boldsymbol{P}}} .$$

Potom

$$\boldsymbol{x_P} = \boldsymbol{x_2} + \boldsymbol{s_{2P}}.\cos \sigma_{\boldsymbol{2P}} = \boldsymbol{s_{PN}}.$$

Kontrolu provedeme výpočtem rajónu 3-$\boldsymbol{P}$:

$$\boldsymbol{y_P} = \boldsymbol{y_3} + \boldsymbol{s_{3P}}.\sin \sigma_{\boldsymbol{3P}}$$

tj.

$$0 = \boldsymbol{y_3} + \boldsymbol{s_{3P}}.\sin \sigma_{\boldsymbol{3P}} ,$$

z toho

$$\boldsymbol{s_{3P}} = -\frac{\boldsymbol{y}_3}{\sin \sigma_{3\boldsymbol{P}}} .$$

Kontrola:

$$\boldsymbol{s_{2P}} + \boldsymbol{s_{3P}} = \boldsymbol{s_{23}}$$

a

$$\boldsymbol{x_P} = \boldsymbol{x_3} + \boldsymbol{s_{3P}}.\cos \sigma_{\boldsymbol{3P}} .$$

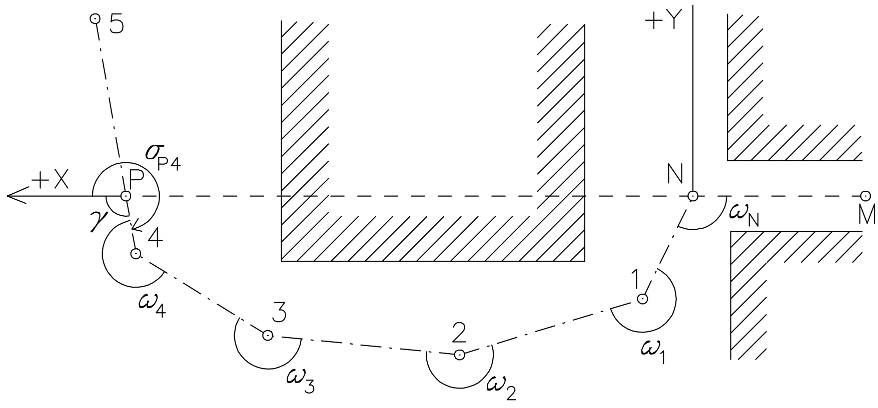
Vytyčovací úhel γ je podle obr.4.7.3:

$$\gamma = 4\mathrm{R} - \sigma_{\boldsymbol{23}} .$$

Příklad 4.7.2

Směr $\boldsymbol{MN}$ vytyčte za překážku, kterou jsme obešli polygonovým pořadem (obr.4.7.4.). Vypočtěte polohu bodu $\boldsymbol{P}$ na polygonové straně 4-5, vytyčovací úhel γ a vzdálenost $\boldsymbol{NP}$.

$\omega_N = 151{,}2365^g$	$\boldsymbol{s}_{N1} = 118{,}50$ m
$\omega_1 = 233{,}1225^g$	$\boldsymbol{s}_{12} = 109{,}86$ m
$\omega_2 = 239{,}4230^g$	$\boldsymbol{s}_{23} = 131{,}24$ m
$\omega_3 = 206{,}6560^g$	$\boldsymbol{s}_{34} = 119{,}98$ m
$\omega_4 = 263{,}3190^g$	$\boldsymbol{s}_{45} = 124{,}23$ m



Obr.4.7.4

Nejprve vypočteme ve formuláři polygonový pořad.

Str.: Př.4.7.2

VÝPOČET SOUŘADNIC BODŮ POLYGONOVÝCH POŘADŮ

Číslo pořadu	Číslo bodu	Úhly a úhlové vyrovnání			Směrníky			Strany s		Souřadnice a souřadnicové vyrovnání	
		g	c	cc	g	c	cc			Y	X
(1)	(2)	(3)			(4)			(5)	(6)	(7)	(8)
					200	0	0				
	N	151	23	65						0,00	0,00
					351	23	65	118,50		-82,15	85,40
	1	233	12	25						-82,15	85,40
					384	35	90	109,86		-26,72	106,56
	2	239	42	30						-108,87	191,96
					23	78	20	131,24		47,89	122,19
	3	206	65	60						-60,98	314,15
					30	43	80	119,98		55,20	106,52
	4	263	31	90						-5,78	420,67
					93	75	70	124,23		123,63	12,16
	5									117,85	432,83
	Má být	93	75	70						Δy =117,85	Δx = 432,83
	Jest	93	75	70						[Δy´]= 117,85	[Δx´]= 432,83

Vypočteme vytyčovací úhel:

$$\gamma = 4R - \sigma_{P4} ,$$

tj.

$$\gamma = 4R - (\sigma_{45} + 2R) = 2R- 93{,}7570 = 106{,}2430^g.$$

Pro určení polohy bodu P napíšeme rovnici:

$$\boldsymbol{y_P = y_4 + s_{4P}}.\sin \sigma_{4P} ,$$
$$0 = \boldsymbol{y_4 + s_{4P}}.\sin \sigma_{4P} ,$$

z toho

$$\boldsymbol{s_{4P}} = 5{,}81 \text{ m}.$$

Potom

$$\boldsymbol{x_P = x_4 + s_{4P}}.\cos \sigma_{4P} = 421{,}24 \text{ m} = \boldsymbol{s_{PN}}.$$

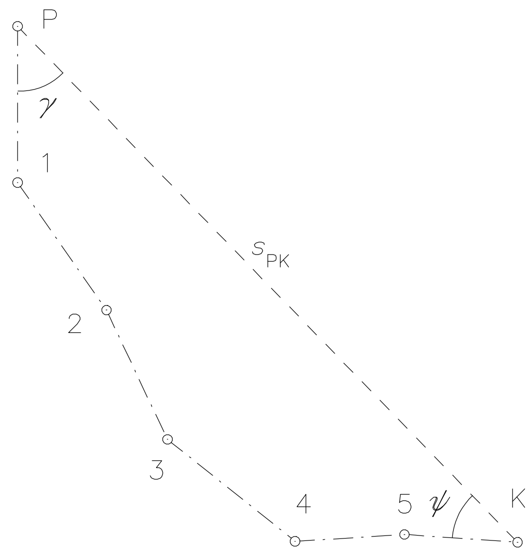
Kontrolně vypočteme $\boldsymbol{s_{5P}}$ (viz. výše):

$$\boldsymbol{s_{5P}} = 118{,}42 \text{ m},$$

$$\boldsymbol{s_{4P} + s_{5P} = s_{45}} .$$

Cvičení:

4.7.1. V polygonovém pořadu jsou dány levostranné úhly a délky polygonových stran. Vypočtěte polygonový pořad ve vlastní soustavě (obr.4.7.5). Dále vypočtěte délku spojnice bodů ***P*** a ***K*** a úhly γ a ψ.



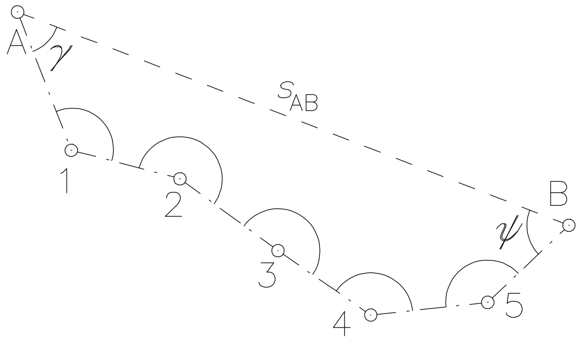
$\omega_1 = 161{,}301^g$
$\omega_2 = 210{,}653^g$
$\omega_3 = 170{,}981^g$
$\omega_4 = 153{,}086^g$
$\omega_5 = 208{,}379^g$

$\boldsymbol{s}_{P1} = 120{,}04$ m
$\boldsymbol{s}_{12} = 119{,}38$ m
$\boldsymbol{s}_{23} = 109{,}76$ m
$\boldsymbol{s}_{34} = 125{,}39$ m
$\boldsymbol{s}_{45} = 84{,}06$ m
$\boldsymbol{s}_{5K} = 86{,}97$ m

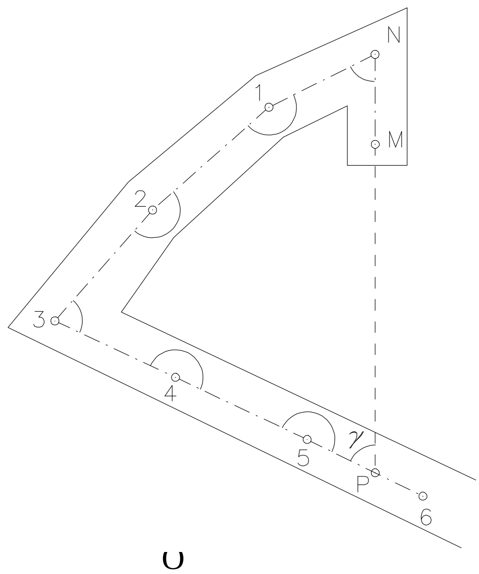
Obr.4.7.5

4.7.2. Mezi body ***A***, ***B*** má být vytyčena štola. Mezi tyto body byl vložen polygonový pořad
Vypočtěte: a) vytyčovací úhly γ a ψ ,
b) délku štoly ***AB***
c) spád ***AB*** v %.
(obr.4.7.6).

$\omega_1 = 166{,}6390^{g}$ $\quad$ $\boldsymbol{s}_{A1} = 171{,}29$ m $\quad$ $V_A = 326{,}505$ m
$\omega_2 = 208{,}9480^{g}$ $\quad$ $\boldsymbol{s}_{12} = 218{,}34$ m $\quad$ $V_B = 323{,}261$ m
$\omega_3 = 199{,}7470^{g}$ $\quad$ $\boldsymbol{s}_{23} = 208{,}86$ m
$\omega_4 = 161{,}2840^{g}$ $\quad$ $\boldsymbol{s}_{34} = 177{,}26$ m
$\omega_5 = 166{,}6600^{g}$ $\quad$ $\boldsymbol{s}_{45} = 165{,}03$ m
$\boldsymbol{s}_{5B} = 203{,}11$ m



Obr.4.7.6

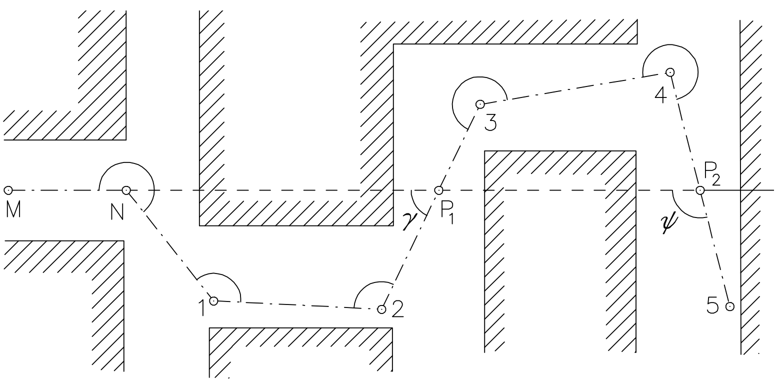


Obr.4.7.7

4.7.3. Na polygonové straně 5-6 určete bod ***P***, z něhož má být ražena prorážka v prodlouženém směru ***NM***. Vypočtěte vytyčovací úhel γ a délku prorážky ***NP*** (obr.4.7.7).

$\omega_N = 70{,}5420^{g}$ $\quad$ $\boldsymbol{s}_{N1} = 64{,}315$ m
$\omega_1 = 183{,}4000^{g}$ $\quad$ $\boldsymbol{s}_{12} = 83{,}966$ m
$\omega_2 = 192{,}1230^{g}$ $\quad$ $\boldsymbol{s}_{23} = 80{,}061$ m
$\omega_3 = 81{,}8390^{g}$ $\quad$ $\boldsymbol{s}_{34} = 72{,}148$ m
$\omega_4 = 200{,}0950^{g}$ $\quad$ $\boldsymbol{s}_{45} = 78{,}934$ m
$\omega_5 = 201{,}0340^{g}$ $\quad$ $\boldsymbol{s}_{56} = 69{,}805$ m

4.7.4. K prodloužení směru ulice vypočtěte polohu průsečíků $\boldsymbol{P_1}$ a $\boldsymbol{P_2}$ její osy ***MN*** s polygonovými stranami 2-3, 4-5 a vytyčovací úhly γ a ψ (obr.4.7.8).



Obr.4.7.8

$\omega_N = 249{,}7065^{g}$
$\omega_1 = 152{,}2900^{g}$
$\omega_2 = 116{,}6780^{g}$
$\omega_3 = 275{,}9070^{g}$
$\omega_4 = 302{,}0950^{g}$

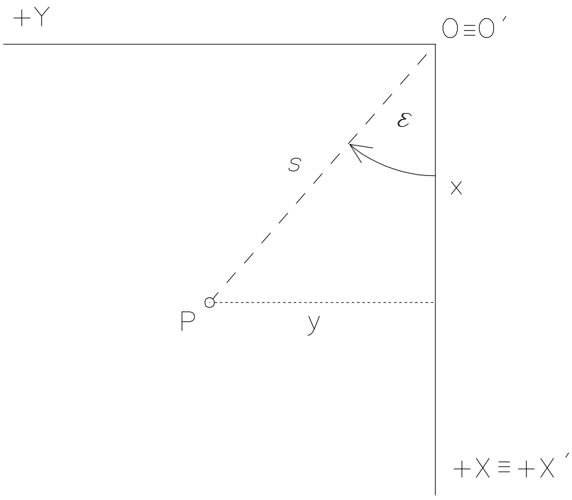
$\boldsymbol{s}_{N1} = 61{,}76$ m
$\boldsymbol{s}_{12} = 65{,}94$ m
$\boldsymbol{s}_{23} = 77{,}83$ m
$\boldsymbol{s}_{34} = 84{,}05$ m
$\boldsymbol{s}_{45} = 90{,}13$ m

5. Transformace souřadnic

Častou výpočetní úlohou v geodézii je transformace souřadnic. Pod pojmem **transformace** rozumíme převod souřadnic z jednoho souřadnicového systému do druhého souřadnicového systému.

5.1. Polární a pravoúhlé souřadnice

Poloha bodu v rovině může být určena souřadnicemi pravoúhlými (y,x) nebo polárními (***s***-délka, ε- úhel) obr.5.1.



Obr.5.1

Převod polárních souřadnic na pravoúhlé:

$\boldsymbol{y_P} = \boldsymbol{s}.\sin\varepsilon,$
$\boldsymbol{x_P} = \boldsymbol{s}.\cos\varepsilon.$

Převod pravoúhlých souřadnic na polární:

$$\mathrm{tg}\varepsilon = \frac{\boldsymbol{y}}{\boldsymbol{x}},$$
$$\boldsymbol{s} = \sqrt{\boldsymbol{y}^2 + \boldsymbol{x}^2}\ .$$

Tyto převody platí ve všech kvadrantech.

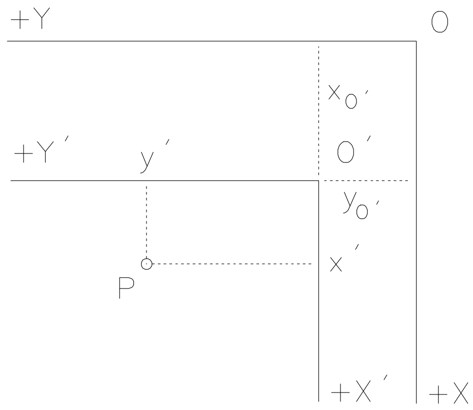
Vzájemný převod mezi polárními a pravoúhlými souřadnicemi je možný na většině kapesních kalkulátorů.

5.2. Transformace pravoúhlých souřadnic posunutím a pootočením

Jedná se o převod souřadnic z jednoho pravoúhlého souřadnicového systému do druhého pravoúhlého souřadnicového systému (převod mezi hlavní a vedlejší soustavou).

Souřadnicové systémy jsou vzájemně pootočeny o úhel ε (obr.5.2) a počátky systémů posunuty o vzdálenosti $\boldsymbol{y_{O'}}$ a $\boldsymbol{x_{O'}}$.

Posunutí:

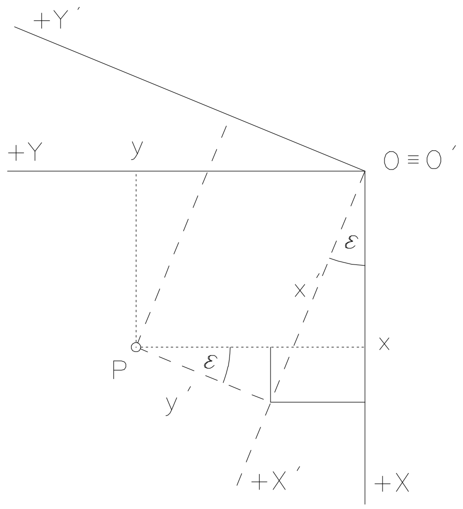


Obr.5.2

$$\boldsymbol{y_P = y_{O'} + y',}$$

$$\boldsymbol{x_P = x_{O'} + x'.}$$

Pootočení:



$$\boldsymbol{y_P = x'}.\sin\varepsilon + \boldsymbol{y'}.\cos\varepsilon\ ,$$

$$\boldsymbol{x_P = x'}.\cos\varepsilon - \boldsymbol{y'}.\sin\varepsilon\ .$$

Úhel stočení *ε* je definován jako směrník kladné osy +X´ soustavy, ze které transformujeme, v soustavě do které transformujeme.

Obr.5.3

Sloučením posunu a pootočení dostaneme rovnice:

$$\boldsymbol{y_P = y_{O'} + x'}.\sin\varepsilon + \boldsymbol{y'}.\cos\varepsilon\ ,$$
$$\boldsymbol{x_P = x_{O'} + x'}.\cos\varepsilon - \boldsymbol{y'}.\sin\varepsilon\ .$$

5.3. Transformace podobnostní

Délky v prvém a druhém souřadnicovém systému se většinou liší, tedy jejich poměr není roven jedné. Tento poměr označujeme ***q***:

$$\boldsymbol{q} = \frac{\boldsymbol{s}}{\boldsymbol{s'}}\ ,$$

kde: ***s*** **=** délka v hlavní soustavě, do které převádíme (nejčastěji v S-JTSK, tj. ze souřadnic),

s´ **=** délka ve vedlejší soustavě, ze které převádíme (nejčastěji délka měřená).

Rozdíl délek musí být v přípustných mezích.

Všechny souřadnice ***y´*** a ***x´*** musíme vynásobit koeficientem ***q***. Tento poměr je stálý, strany a obrazce si jsou matematicky podobné, proto mluvíme o **podobnostní transformaci**.

$$\boldsymbol{y_P = y_{O'} + x'\ q}.\sin\varepsilon + \boldsymbol{y.'\ q}.\cos\varepsilon\ ,$$
$$\boldsymbol{x_P = x_{O'} + x'\ q}.\cos\varepsilon - \boldsymbol{y.'\ q}.\sin\varepsilon\ .$$

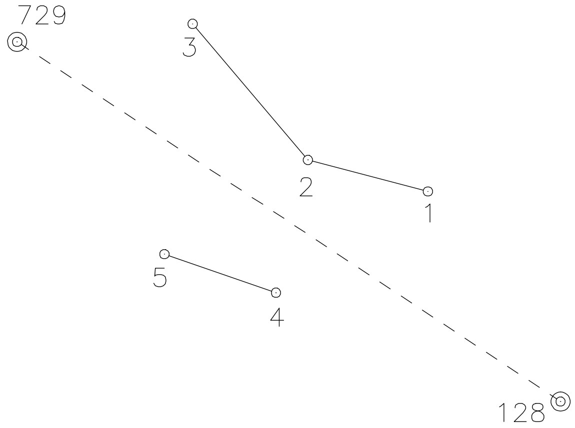
Tuto podobnostní transformaci můžeme použít při řešení ortogonální metody nebo vetknutého polygonového pořadu.

Příklad 5.1

Jsou dány souřadnice bodů ***A,B*** v hlavní soustavě:

ČB	Y	X
A=128	767427,78	1044639,74
B=729	767598,12	1044526,86

Body 1,2,3 byly zaměřeny ortogonální metodou (obr.5.4). Vypočtěte jejich souřadnice v hlavní soustavě. Je dán výpis ze zápisníku podrobného měření.



Typ úlohy	Číslo bodu	Staničení	Kolmice
0	128	0,00	0,00
	729	204,20	0,00
	1	71,02	31,95
	2	107,81	19,44
	3	161,50	35,08
	4	93,15	-20,81
	5	128,96	-30,02

Obr.5.4

Řešení:

Počátek vedlejší souřadnicové soustavy zvolíme v bodě 128 a +X´ vložíme do spojnice 128-729. Nosnými (totožnými) body jsou tedy body 128 a 729. Jejich souřadnice ve vedlejší soustavě jsou:

128 (y´= 0, x´= 0),
729 (y´= 0, x´= 204,20).

Úhel stočení $\varepsilon = \sigma_{128\text{-}729}$

$\sigma_{128\text{-}729} = 137{,}2571^g$

$\boldsymbol{s} = 204{,}35$ m $\boldsymbol{s'} = 204{,}20$ m ($\boldsymbol{O_s} = +0{,}15$m, $\Delta_{\boldsymbol{s}} = \pm 0{,}27$m)

$\boldsymbol{q} = 1{,}000735$

$\boldsymbol{y_{O'}} = y_{128}$ $\boldsymbol{x_{O'}} = x_{128}$

Po dosazení do rovnic ($\boldsymbol{y_P = y_{O'} + x'\, q.}\sin\varepsilon + \boldsymbol{y.'\, q.}\cos\varepsilon$, $\boldsymbol{x_P = x_{O'} + x'\, q.}\cos\varepsilon - \boldsymbol{y.'\, q.}\sin\varepsilon$) vypočteme souřadnice bodů v hlavní soustavě.

ČB	Y	X
1	767 469,36	1 044 573,83
2	767 506,97	1 044 563,93
3	767 543,11	1 044 521,20
4	767 516,99	1 044 605,61
5	767 551,95	1 044 593,49

Kontrolně můžeme spočítat:

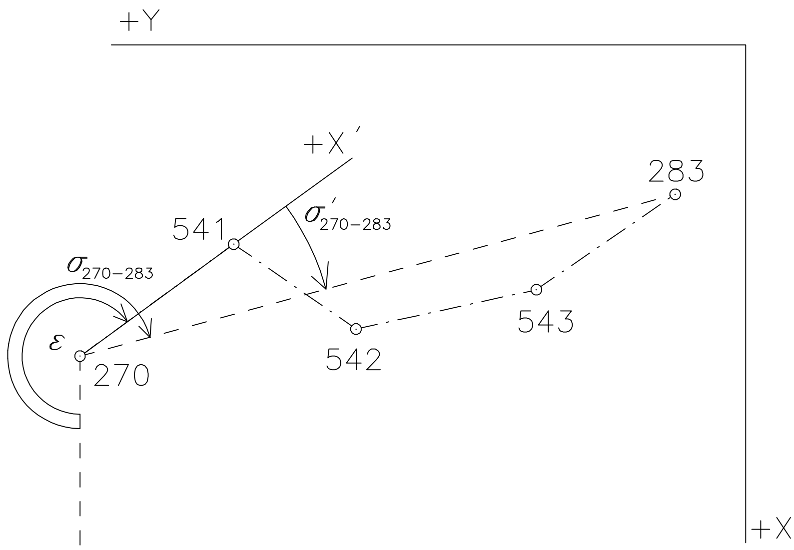
$\boldsymbol{s}_{12} = 38{,}89$ m $\boldsymbol{s}_{12}' = 38{,}86$ m,
$\boldsymbol{s}_{23} = 55{,}96$ m $\boldsymbol{s}_{23}' = 55{,}92$ m,
$\boldsymbol{s}_{45} = 37{,}00$ m $\boldsymbol{s}_{45}' = 36{,}98$ m.

Můžeme se přesvědčit, že $\boldsymbol{s_{12} = s_{12}'.q}$, $\boldsymbol{s_{23} = s_{23}'.q}$ ***a*** $\boldsymbol{s_{45} = s_{45}'.q}$.

Příklad 5.2

Mezi body 270 a 283, na nichž nebylo možno měřit připojovací úhly, byl zaměřen polygonový pořad (obr.5.5). Souřadnice polygonových bodů byly vypočteny ve vlastní (vedlejší) soustavě (viz. kap.4.5).

Bod	y´	x´
270	0,00	0,00
541	0,00	+126,17
542	+63,56	+223,83
543	+96,00	+322,28
283	+89,46	+416,60



Obr.5.5

Jsou dány souřadnice počátečního a koncového bodu v hlavní soustavě:

ČB	Y	X
270	723 443,84	1 106 222,93
283	723 034,58	1 106 103,62

Vypočtěte souřadnice polygonových bodů 541,542,543 v hlavní soustavě.

Řešení:

Vypočteme ε a $\boldsymbol{q}$:

$$\varepsilon = \sigma_{270\text{-}283} - \sigma'_{270\text{-}283} = 281{,}9413^g - 13{,}4662^g = 268{,}4751^g$$

$$\boldsymbol{q} = \frac{\boldsymbol{s}}{\boldsymbol{s'}} = \frac{426{,}30}{426{,}10} = 1{,}000469$$

rozdíl délek musí být v přípustných mezích (viz. kap.4.5),

$$\boldsymbol{y_{O'}} = y_{270} \qquad \boldsymbol{x_{O'}} = x_{270}\ .$$

Po dosazení do rovnic dostáváme:

ČB	Y	X
541	723 332,77	1 106 162,95
542	723 216,59	1 106 172,47
543	723 114,50	1 106 154,22.

5.4. Obecný případ podobnostní transformace

V obecném případě neleží nosné body (***A,B***) přímo na ose +X´, neznáme tedy souřadnice počátku ***O´*** v hlavní soustavě, ani úhel ε a koeficient podobnosti ***q***. Tyto čtyři neznámé můžeme určit z transformačních rovnic, do kterých budeme postupně dosazovat.

Zvolíme následující postup:

a) Napíšeme transformační rovnice pro body ***A*** a ***B***:

$$y_A = y_{O'} + x_A'\, q.\sin\varepsilon + y_A'\, q.\cos\varepsilon$$
$$x_A = x_{O'} + x_A'\, q.\cos\varepsilon - y_A'\, q.\sin\varepsilon$$

$$y_B = y_{O'} + x_B'\, q.\sin\varepsilon + y_B'\, q.\cos\varepsilon$$
$$x_B = x_{O'} + x_B'\, q.\cos\varepsilon - y_B'\, q.\sin\varepsilon$$

označíme:

$$q.\sin\varepsilon = a \qquad q.\cos\varepsilon = b.$$

Potom můžeme psát:

$$y_A = y_{O'} + x_A'.a + y_A'.b$$
$$y_B = y_{O'} + x_B'.a + y_B'.b.$$

b) Rovnice od sebe odečteme:

$$\Delta y_{AB} = \Delta x_{AB}'.a + \Delta y_{AB}'.b.$$

Podobně:

$$x_A = x_{O'} + x_A'.b - y_A'.a$$
$$x_B = x_{O'} + x_B'.b - y_B'.a$$

$$\Delta x_{AB} = \Delta x_{AB}'.b - \Delta y_{AB}'.a.$$

c) Nyní máme dvě rovnice o dvou neznámých, jejich vyřešením dostaneme ***a*** a ***b***:

$$\Delta y_{AB} = \Delta x_{AB}'.a + \Delta y_{AB}'.b$$
$$\Delta x_{AB} = \Delta x_{AB}'.b - \Delta y_{AB}'.a$$

$$a = \frac{\Delta x_{AB}' \cdot \Delta y_{AB} - \Delta y_{AB}' \cdot \Delta x_{AB}}{\Delta x_{AB}'^2 + \Delta y_{AB}'^2},$$

$$b = \frac{\Delta x_{AB}' \cdot \Delta x_{AB} + \Delta y_{AB}' \cdot \Delta y_{AB}}{\Delta x_{AB}'^2 + \Delta y_{AB}'^2}.$$

d) Pomocí dvou nosných bodů vypočteme ***a*** a ***b***. Pro obecný bod P zadaný souřadnicemi jen ve vedlejší souřadnicové soustavě, můžeme tedy napsat rovnice pro výpočet souřadnic v hlavní soustavě takto:

$$y_A = y_{O'} + x_A'.a + y_A'.b,$$
$$y_P = y_{O'} + x_P'.a + y_P'.b.$$

Odečtením rovnic dostaneme:

$$\boldsymbol{y_P = y_A} + \Delta \boldsymbol{x_{AP}}'.\boldsymbol{a} + \Delta y_{AP}'.\boldsymbol{b},$$

podobně:

$$\boldsymbol{x_P = x_A} + \Delta \boldsymbol{x_{AP}}'.\boldsymbol{b} - \Delta \boldsymbol{y_{AP}}'.\boldsymbol{a}\ .$$

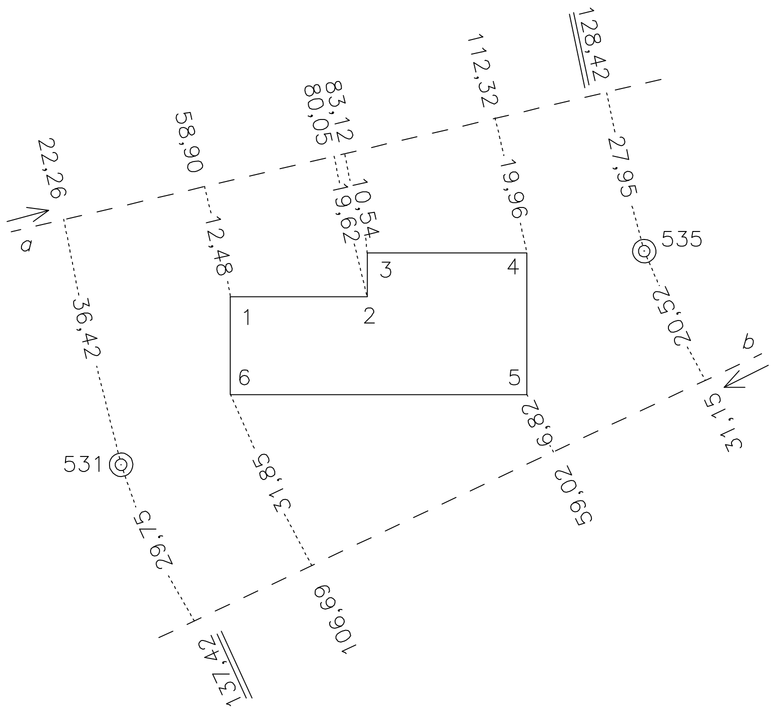
Tuto transformaci můžeme použít například pro výpočet volného stanoviska nebo volné měřické přímky.

Příklad 5.3

Vypočtěte výměru pozemku o vrcholech 1-6, jehož vrcholy 1,2,3,4 byly zaměřeny ortogonální metodou na volnou přímku (***a***), body 5,6 na volnou přímku (***b***). K oběma přímkám byly zaměřeny nosné (identické) body 531 a 535 (obr.5.6).

Řešení:

Abychom mohli výměru vypočítat, musíme mít všechny vrcholy pozemku v jedné souřadnicové soustavě, např. (***a***). Je tedy třeba transformovat souřadnice bodů 5 a 6 z vedlejší soustavy (***b***) do hlavní soustavy (***a***).



Obr.5.6

Známe tedy:

Bod	y´	x´	y	x
531 = A	+29,75	+137,42	+36,42	+22,26
535 = B	+20,52	+31,15	+27,95	+128,42
5	+6,82	+59,02		
6	+31,85	+106,69		

Vypočteme vzdálenost mezi body A-B v hlavní i ve vedlejší soustavě, jejich rozdíl musí být v dopustných mezích

O_s= -0,17 m Δ_s = ±0,28 [m.

Podle vzorců viz. výše vypočteme koeficienty ***a*** a ***b***:

a = +0,165221   ***b*** = -0,984615.

Dosadíme do transformačních rovnic:

$y_5 = y_A + \Delta x_{A5}'.a + \Delta y_{A5}'.b,$

$x_5 = x_A + \Delta x_{A5}'.b - \Delta y_{A5}'.a$

a dostáváme:

y_5 = +46,04 m x_5 = +103,24 m.

Stejně vypočteme bod 6:

y_6 = +29,28 m x_6 = +52,17 m.

Výměru můžeme vypočítat pomocí L´Huillierových vzorců: P = 1251,36m^2.

Celý výpočet můžeme provést v zápisníku.

TRANSFORMACE

1) výpočet prvků "a" a "b" (alespoň na šest desetinných míst)

bod		y´	x´	y	x
531		29,75	137,42	36,42	22,26
535		20,52	31,15	27,95	128,42
Δ_{AB}		-9,23	-106,27	-8,47	106,16

$$\Delta S_{max} = 0.012\sqrt{S} + 0.16$$

S'_{AB} = 106,67 S_{AB} = 106,50 ΔS = -0,17 ΔS max = 0,28

$$a = \frac{\Delta y_{AB}\Delta x'_{AB} - \Delta x_{AB}\Delta y'_{AB}}{\Delta y'^2_{AB} + \Delta x'^2_{AB}} = 0{,}1652206 \qquad b = \frac{\Delta y_{AB}\Delta y'_{AB} + \Delta x_{AB}\Delta x'_{AB}}{\Delta y'^2_{AB} + \Delta x'^2_{AB}} = -0{,}9846148$$

2) kontrola prvků "a" a "b" dosazením

$\Delta y_{AB} = a\Delta x'_{AB} + b\Delta y'_{AB}$ = -8,47

$\Delta x_{AB} = b\Delta x'_{AB} - a\Delta y'_{AB}$ = 106,16

3) výpočet vlastní transformace

bod	y´	x´	Δy´	Δx´	y_n	x_n
531	29,75	137,42			36,42	22,26
5	6,82	59,02	-22,93	-78,40	46,04	103,24
6	31,85	106,69	25,03	47,67	29,28	52,17
535	20,52	31,15	-11,33	-75,54	27,95	128,42

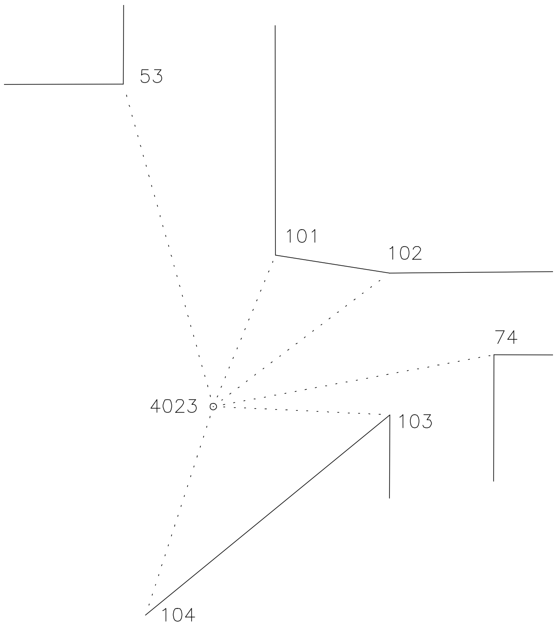
Příklad 5.4

Vypočtěte souřadnice podrobných bodů 101-104, které byly zaměřeny z volného stanoviska 4023 (obr.5.7). Nosnými body jsou body 53 a 74.

Je dán výpis ze zápisníku podrobného měření:

T. ú.	Číslo bodu	Vzdálenost [m]	Úhel [g]
1	53	74,16	0,00
	74	63,22	105,76
	4023		
	101	36,26	42,16
	102	48,98	76,11
	103	39,14	120,38
	104	48,60	237,37

ČB	Y	X
53	736574,26	1042514,84
74	736492,12	1042574,81



Obr.5.7

Řešení:

Nejprve musíme převést polární souřadnice na pravoúhlé a to tak, že počátek soustavy bude v bodě 4023 a osu +X´ vložíme do spojnice 4023-53 (nebo nulového směru).

Potom souřadnice v pravoúhlé soustavě budou:

Bod	y´	x´
4023	0,00	0,00
53	0,00	74,16
74	62,96	-5,71
101	22,30	28,60
102	45,57	17,95
103	37,15	-12,32
104	-26,92	-40,46

Porovnáme délky identických bodů v obou souřadnicových soustavách:

$\boldsymbol{O_s}$= +0,00m $\Delta_{\boldsymbol{s}}$ = ±0,28m.

Vypočteme koeficienty ***a*** a ***b***:

a = 0,269241 ***b*** = -0,963083.

Po dosazení do transformačních rovnic dostáváme:

Bod	y	x
101	736 540,52	1 042 552,71
102	736 515,24	1 042 556,71
103	736 515,20	1 042 588,13
104	736 569,33	1 042 632,48

Celý výpočet je výhodné provádět ve formuláři.

TRANSFORMACE

1) výpočet prvků "a" a "b" (alespoň na šest desetinných míst)

bod		y´	x´	y	x
53	A	0,00	74,16	736 574,26	1 042 514,84
74	B	62,96	-5,71	736 492,12	1 042 574,81
Δ_{AB}		62,96	-79,87	-82,14	59,97

$$\Delta S_{max} = 0.012\sqrt{S} + 0.16$$

S'_{AB} = 101,70 S_{AB} = 101,70 ΔS = 0,00 ΔS max = 0,28

$$a = \frac{\Delta y_{AB}\Delta x'_{AB} - \Delta x_{AB}\Delta y'_{AB}}{\Delta y'^{2}_{AB} + \Delta x'^{2}_{AB}} = 0{,}2692413 \qquad b = \frac{\Delta y_{AB}\Delta y'_{AB} + \Delta x_{AB}\Delta x'_{AB}}{\Delta y'^{2}_{AB} + \Delta x'^{2}_{AB}} = -0{,}9630829$$

2) kontrola prvků "a" a "b" dosazením

$\Delta y_{AB} = a\Delta x'_{AB} + b\Delta y'_{AB} =$ -82,14

$\Delta x_{AB} = b\Delta x'_{AB} - a\Delta y'_{AB} =$ 59,97

3) výpočet vlastní transformace

bod	y´	x´	Δy´	Δx´	y_n	x_n
53	0,00	74,16			736 574,26	1 042 514,84
4023	0,00	0,00	0,00	-74,16	736 554,29	1 042 586,26
101	22,30	28,60	22,30	28,60	736 540,52	1 042 552,71
102	45,57	17,95	23,27	-10,65	736 515,24	1 042 556,71
103	37,15	-12,32	-8,42	-30,27	736 515,20	1 042 588,13
104	-26,92	-40,46	-64,07	-28,14	736 569,33	1 042 632,48
74	62,96	-5,71	89,88	34,75	736 492,12	1 042 574,81

Cvičení:

5.1. Vypočtěte příklad 3.2 pomocí transformace.

5.2. Vypočtěte cvičení 3.2. pomocí transformace.

5.3. Vypočtěte cvičení 3.3. pomocí transformace.

5.4. Vypočtěte cvičení 4.5.1. pomocí transformace.

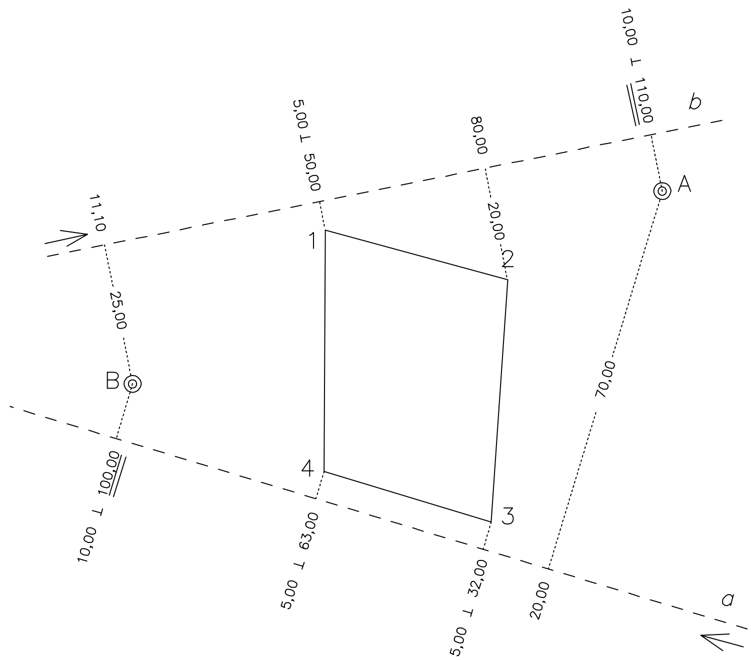
5.5. Vypočtěte výměru pozemku o vrcholech 1,2,3,4 zaměřeného ortogonálně viz.obr.5.8

a) provedete transformaci souřadnic bodů 3 a 4 do soustavy dané měřickou přímkou ***b***,

b) provedete transformaci souřadnic bodů 1 a 2 do soustavy dané měřickou přímkou ***a***,

c) provedete transformaci všech bodů 1,2,3,4 do soustavy S-JTSK, jsou-li dány souřadnice bodů ***A*** a ***B***:

ČB	Y	X
A	750060,05	1050321,01
B	750153,97	1050355,20



Obr.5.8

5.6. Vypočtěte souřadnice bodů 1-12, které byly zaměřeny z volného stanoviska 4011 a 4012. Jsou dány výpisy ze zápisníků podrobného měření.

Typ úlohy	Číslo bodu	Vzdálenost [m]	Úhel [g]
1	1526	155,28	0,000
	1527	171,82	252,705
	4011		
	1	128,06	31,700
	2	95,92	68,845
	3	80,84	127,722
	4	106,32	187,176
	5	138,62	234,408
1	1526	183,24	10,276
	1527	170,47	138,799
	4012		
	6	157,26	156,943
	7	150,94	180,294
	8	103,73	223,609
	9	84,67	271,387
	10	114,06	321,414
	11	141,89	348,055
	12	162,20	384,720

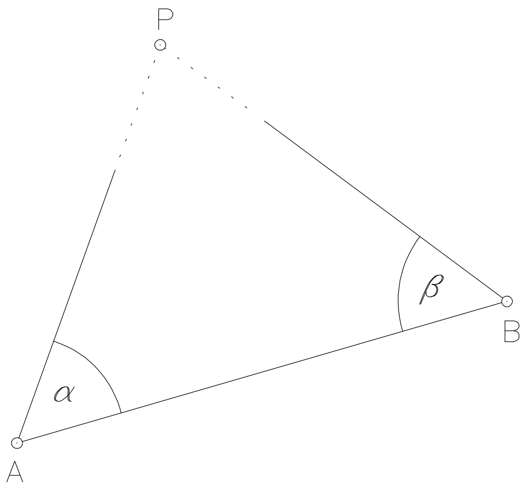
ČB	Y	X
1526	735546,92	1047901,68
1527	735249,29	1047934,94

6. Protínání vpřed

Pod pojmem protínání vpřed rozumíme určení polohy nového bodu ***P*** ze směrů měřených na daných bodech ***A*** a ***B***. Úhel protnutí na určovaném bodě musí být v rozmezí 30^g až 170^g. Pokud je přímá viditelnost mezi danými body, (je mezi nimi možná záměra), jedná se o **protínání vpřed z úhlů**. Není-li možná záměra mezi danými body, je nutno použít **protínání vpřed z orientovaných směrů**.

6.1. Protínání vpřed z úhlů

Dáno: ***A***,***B*** [y,x]
Měřeno: α, β
Úkol: ***P*** [y,x]



Obr.6.1

Postup výpočtu:
Výpočet můžeme provádět buď pomocí rajónů nebo jako bod na kolmici.

1. Pomocí rajónu:
a) Vypočteme s_{AB} a σ_{AB} a σ_{BA} ze souřadnic.

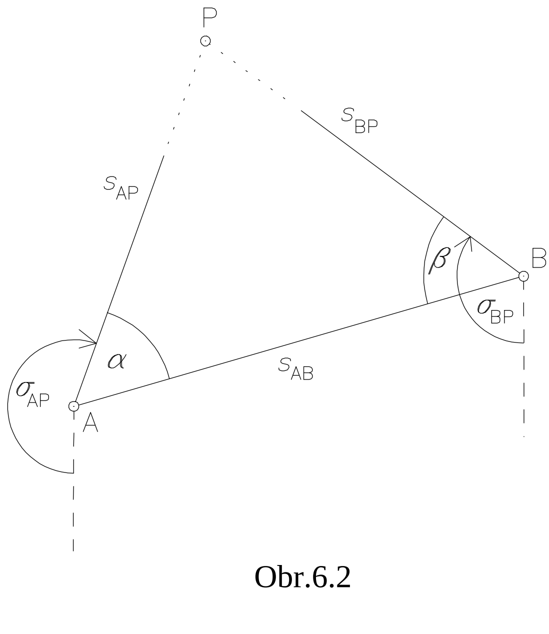
b) Vypočteme směrník σ_{AP} a σ_{BP},

$$\sigma_{AP} = \sigma_{AB} - \alpha,$$
$$\sigma_{BP} = \sigma_{BA} + \beta.$$

c) Vypočteme s_{AP} a s_{BP} ,

$$s_{AP} = s_{AB} \cdot \frac{\sin}{\sin(\quad + \quad)},$$

$$s_{BP} = s_{AB} \cdot \frac{\sin}{\sin(\quad + \quad)}.$$



Obr.6.2

d) Vypočteme souřadnice bodu ***P***,

z bodu ***A***: $y_P = y_A + s_{AP}.\sin \sigma_{AP}$,
$x_P = x_A + s_{AP}.\cos \sigma_{AP}$,

a kontrolně z bodu ***B***:
$y_P = y_B + s_{BP}.\sin \sigma_{BP}$,
$x_P = x_B + s_{BP}.\cos \sigma_{BP}$.

Souřadnice z obou výpočtů se mohou lišit jen vlivem zaokrouhlování (pouze kontrola výpočtu).

2. Jako bod na kolmici (nebo **transformací**):

a) Vypočteme úsečky ***m***, ***n*** a ***k***:

$$\boldsymbol{m} + \boldsymbol{n} = \boldsymbol{s_{AB}}$$

dosadíme podle obr.6.3

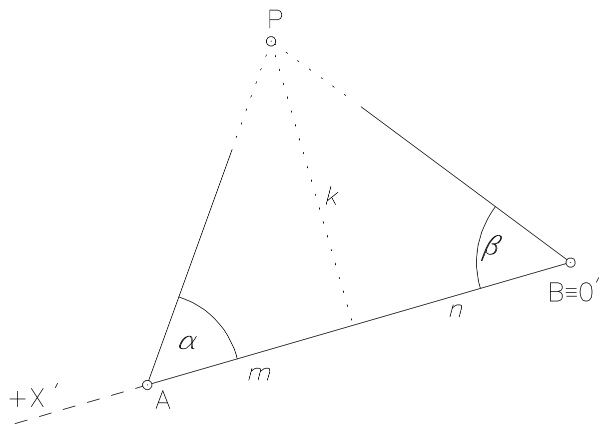
$$\boldsymbol{k}.\mathrm{cotg}\ \alpha + \boldsymbol{k}.\mathrm{cotg}\ \beta = \boldsymbol{s_{AB}}\ ,$$

tj.

$$\boldsymbol{k} = \frac{\boldsymbol{s_{AB}}}{\cot g \quad + \cot g}\ ,$$

$$\boldsymbol{m} = \frac{\boldsymbol{s_{AB}} \cdot \cot g}{\cot g \quad + \cot g}\ ,$$

$$\boldsymbol{n} = \frac{\boldsymbol{s_{AB}} \cdot \cot g}{\cot g \quad + \cot g}\ .$$



Obr.6.3

b) Za počáteční bod přímky zvolíme bod ***B***, aby bod ***P*** ležel vpravo od měřické přímky. Nyní dosadíme do rovnic podle kap. 3.

$$\boldsymbol{y_P} = \boldsymbol{y_B} + \boldsymbol{n} \cdot \boldsymbol{k_y} + \boldsymbol{k} \cdot \boldsymbol{k_x}\ ,$$

$$\boldsymbol{x_P} = \boldsymbol{x_B} + \boldsymbol{n} \cdot \boldsymbol{k_x} - \boldsymbol{k} \cdot \boldsymbol{k_y}\ .$$

kde

$$\boldsymbol{k_y} = \sin \sigma_{BP} = \frac{\Delta \boldsymbol{y_{BA}}}{\boldsymbol{s_{AB}}}\ , \qquad \Delta \boldsymbol{y_{BA}} = \boldsymbol{y_A} - \boldsymbol{y_B}\ ,$$

$$\boldsymbol{k_x} = \cos \sigma_{BP} = \frac{\Delta \boldsymbol{x_{BA}}}{\boldsymbol{s_{AB}}}\ , \qquad \Delta x_{BA} = \boldsymbol{x_A} - \boldsymbol{x_B}\ .$$

Dosazením za ***n*** a ***k*** dostaneme:

$$\boldsymbol{y_P} = \boldsymbol{y_B} + \frac{\boldsymbol{s_{AB}} \cdot \cot g}{\cot g \quad + \cot g} \cdot \frac{\Delta \boldsymbol{y_{BA}}}{\boldsymbol{s_{AB}}} + \frac{\boldsymbol{s_{AB}}}{\cot g \quad + \cot g} \cdot \frac{\Delta \boldsymbol{x_{BA}}}{\boldsymbol{s_{AB}}}\ ,$$

$$\boldsymbol{x_P} = \boldsymbol{y_B} + \frac{\boldsymbol{s_{AB}} \cdot \cot g}{\cot g \quad + \cot g} \cdot \frac{\Delta \boldsymbol{x_{BA}}}{\boldsymbol{s_{AB}}} - \frac{\boldsymbol{s_{AB}}}{\cot g \quad + \cot g} \cdot \frac{\Delta \boldsymbol{y_{BA}}}{\boldsymbol{s_{AB}}}\ .$$

Zavedeme označení:

$$\mathrm{cotg}\ \alpha = \boldsymbol{a}, \qquad \mathrm{cotg}\ \beta = \boldsymbol{b}, \qquad \mathrm{cotg}\ \alpha + \mathrm{cotg}\ \beta = \boldsymbol{J}.$$

Po úpravě rovnic dostaneme:

$$\boldsymbol{y_P} = \frac{\Delta \boldsymbol{x_{BA}} + \boldsymbol{b} \cdot \Delta \boldsymbol{y_{BA}} + \boldsymbol{J} \cdot \boldsymbol{y_B}}{\boldsymbol{J}}\ ,$$

$$\boldsymbol{x_P} = \frac{-\Delta \boldsymbol{y_{BA}} + \boldsymbol{b} \cdot \Delta \boldsymbol{x_{BA}} + \boldsymbol{J} \cdot \boldsymbol{x_B}}{\boldsymbol{J}}\ .$$

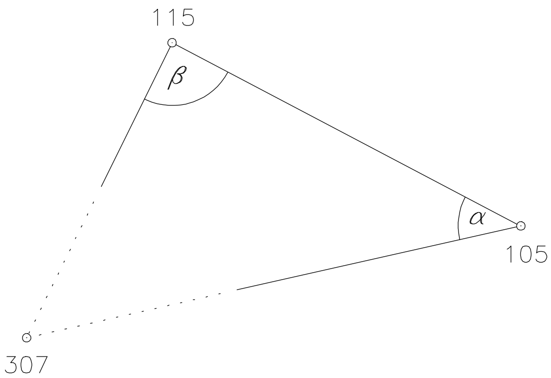
Vzorce byly odvozeny za předpokladu, že bod ***P*** leží vpravo při pohledu z bodu ***B*** na bod ***A***, proto budeme trojúhelník ***ABP*** vždy popisovat **proti** směru hodinových ručiček.

Kontrolu správnosti výpočtu i přesnosti měření provedeme tím, že souřadnice bodu ***P*** určíme z další kombinace měření.

Celý výpočet můžeme provést ve formuláři.

Příklad 6.1

Určete souřadnice zhušťovacího bodu 307, jestliže na bodech 105 a 115 byly změřeny úhly α = 44,9807^g, β= 98,3561^g. (obr.6.4)



ČB	Y	X
105	790130,41	1011596,04
115	790740,58	1011275,15

Obr.6.4

Řešení:

1. Pomocí rajónu – postupujeme podle návodu viz výše:

$s_{105\text{-}115}$ = 689,40m

$\sigma_{105\text{-}115}$ = 130,8222^g

$\sigma_{105\text{-}307}$ = 85,8415^g $\qquad$ $s_{105\text{-}307}$ = 886,84 m

$\sigma_{115\text{-}307}$ = 29,1783^g $\qquad$ $s_{115\text{-}307}$ = 575,94 m

souřadnice vypočtené z bodu 105:

y_{307} = 790 995,41 m

x_{307} = 1 011 791,65 m

souřadnice vypočtené z bodu 115:

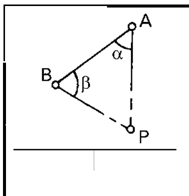
y_{307} = 790 995,41 m

x_{307} = 1 011 791,65 m.

2. Jako bod na kolmici – celý výpočet je ve formuláři:

Str.:Př.6.1

PROTÍNÁNÍ VPŘED Z ÚHLŮ

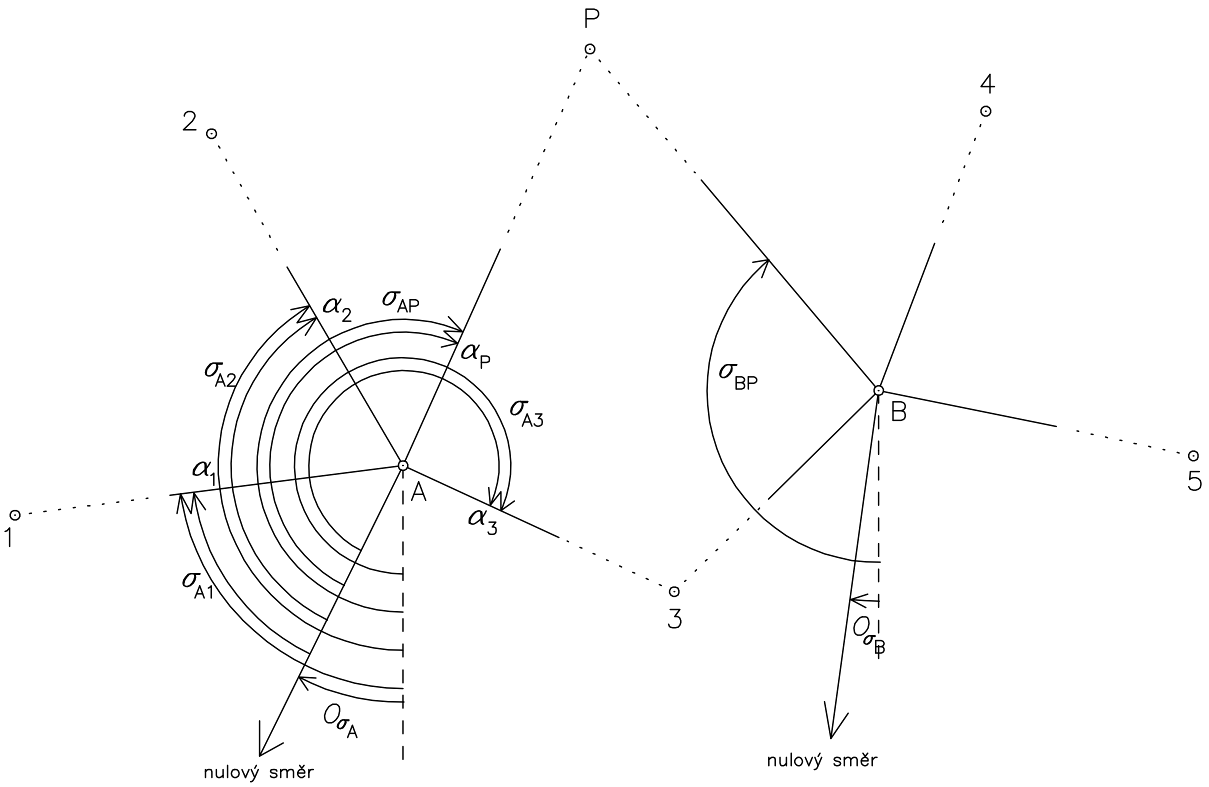
		Y_A	X_A				a = cotg		
		Y_B	X_B				b = cotg		
P	A, B	$\Delta Y_{BA} = Y_A - Y_B$	$\Delta X_{BA} = X_A - X_B$	g	c	cc	J = a + b	$Y_P = \frac{\Delta X_{BA} + b\Delta Y_{BA} + JY_B}{J}$	$X_P = \frac{-\Delta Y_{BA} + b\Delta X_{BA} + JX_B}{J}$
(1)		(2)	(3)	(4)			(5)	(6)	(7)
A	105	790 130,410	1 011 596,040	44	98	07	1,171569		
B	115	790 740,580	1 011 275,150	98	35	61	0,025828		
307	P	-610,170	320,890				1,197397	790 995,41	1 011 791,65

6.2. Protínání vpřed z orientovaných směrů

V případě, že není viditelnost mezi danými body, nelze použít k určení bodu ***P*** protínání vpřed z úhlů, ale musí být použito protínání vpřed z orientovaných směrů.

Na daných bodech se zaměří osnova směrů, kde kromě směru na určovaný bod se zaměří směry na další dané (připojovací body) a provede se tzv. orientace osnovy, ze které se vypočtou orientované směry a následně souřadnice určovaného bodu.

Dáno: ***A,B***,1,2,3,4,5 [y,x]
Měřeno: osnovy směrů na bodě ***A***-α, osnovy směrů na bodě ***B***- β
Úkol: ***P*** [y,x]



Obr.6.5

Postup výpočtu:

1. Výpočet orientovaných směrů (směrníků):

a) Směrník σ_{AP} vypočteme tak, že na bodě ***A*** zaměříme osnovu směrů, která zahrnuje určovaný bod ***P*** a zároveň další známé body (1,2,3).

b) Ze známých souřadnic bodů 1, 2, 3 vypočteme σ_{A1}, σ_{A2}, σ_{A3}.

c) Vypočteme **orientační posun** $O\sigma_{Ai}$ pro jednotlivé směry (obr.6.5):

$$O\sigma_{Ai} = \sigma_{Ai} - \alpha_i.$$

d) Vypočteme průměrnou hodnotu orientačního posunu aritmetickým průměrem (rozdíly mezi jednotlivými orientačními posuny musí být v přípustných mezích):

$$O\sigma_A = \frac{[O_{Ai}]}{i}$$, **orientační posun je směrník nulového směru**.

e) Výpočet orientovaného směru (směrníku) σ_{AP}:

$$\sigma_{AP} = \mathbf{O}\sigma_{A} + \alpha_{P}.$$

Podobně se vypočte orientovaný směr σ_{BP}.

2. Výpočet souřadnic bodu *P* - můžeme provést několika způsoby.

2.1. Pomocí rajónu:
a) Vypočteme s_{AB} a σ_{AB} a σ_{BA} ze souřadnic.

b) Vypočteme úhel α, β, (obr.6.2)

$$\alpha = \sigma_{AB} - \sigma_{AP}$$
$$\beta = \sigma_{BP} - \sigma_{BA}\ .$$

c) Vypočteme s_{AP} a s_{BP} ,

$$s_{AP} = s_{AB} \cdot \frac{\sin}{\sin(\ \ +\ \ )},$$
$$s_{BP} = s_{AB} \cdot \frac{\sin}{\sin(\ \ +\ \ )}.$$

d) Vypočteme souřadnice bodu ***P***,

z bodu ***A***:
$$y_P = y_A + s_{AP}.\sin\sigma_{AP},$$
$$x_P = x_A + s_{AP}.\cos\sigma_{AP},$$

a kontrolně z bodu ***B***:
$$y_P = y_B + s_{BP}.\sin\sigma_{BP},$$
$$x_P = x_B + s_{BP}.\cos\sigma_{BP}.$$

Souřadnice z obou výpočtů se mohou lišit jen vlivem zaokrouhlování (pouze kontrola výpočtu).

2.2. Jako průsečík dvou přímek:
Napíšeme směrnice přímek, jejichž průsečíkem je určovaný bod ***P***:

$$\mathrm{tg}\,\sigma_{AP} = \frac{\Delta y_{AP}}{\Delta x_{AP}}, \qquad \mathrm{tg}\,\sigma_{BP} = \frac{\Delta y_{BP}}{\Delta x_{BP}},$$

můžeme tety psát

$$\mathrm{cotg}\,\sigma_{AP} = \frac{\Delta x_{AP}}{\Delta y_{AP}} = \frac{x_P - x_A}{y_P - y_A}, \qquad \mathrm{cotg}\,\sigma_{BP} = \frac{\Delta x_{BP}}{\Delta y_{BP}} = \frac{x_p - x_B}{y_P - y_B}.$$

Položíme-li cotg $\sigma_{AP} = a$, cotg $\sigma_{BP} = b$, $a - b = J$, můžeme napsat dvě rovnice o dvou neznámých (y_P a x_P) takto:

$$x_P - x_A = a.(y_P - y_A),$$
$$x_P - x_B = b.(y_P - y_B).$$

Odečteme-li první rovnici od druhé a vložíme-li do pravé strany rovnice dva členy, které se navzájem ruší: $+\boldsymbol{a}.\boldsymbol{y_B} - \boldsymbol{a}.\boldsymbol{y_B}$ dostaneme:

$$\Delta x_{BA} = b.y_P - a.y_P - b.y_B + a.\,y_A + a.y_B - a.y_B$$
$$\Delta x_{BA} = -y_P.(a - b) + y_B.(a - b) + a.\Delta y_{BA}\ .$$

Z toho

$$y_P = \frac{-\Delta x_{BA} + y_B \cdot J + a \cdot \Delta y_{BA}}{J}\ .$$

Vzorce můžeme upravit tak, aby odpovídaly vzorcům ve výpočetním formuláři

$$y_P = y_P + \frac{-\Delta x_{BA} + a \cdot \Delta y_{BA}}{J}\ ,$$

označíme

$$Q = \frac{-\Delta x_{BA} + a \cdot \Delta y_{BA}}{J}\ ,$$

pak

$$y_P = y_B + Q.$$

Z rovnice $x_P - x_B = b.(y_P - y_B)$ vyplývá:

$$x_P = x_B + b.(y_P - y_B), \qquad y_P - y_B = Q \text{ (viz výše)},$$

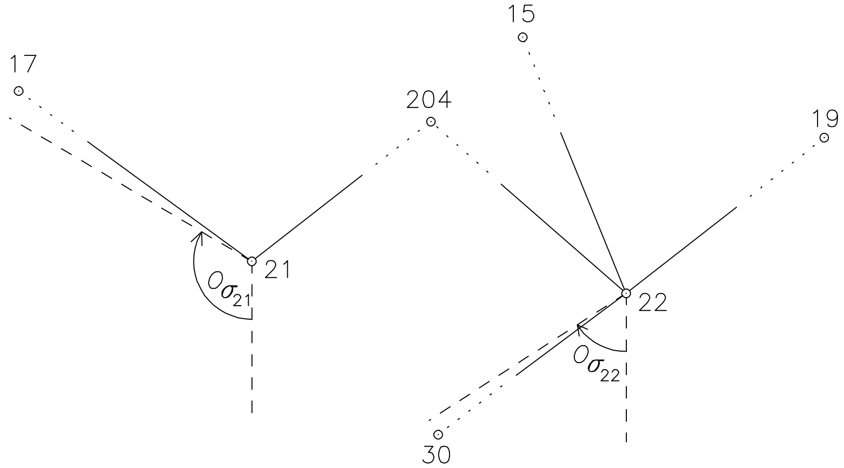
pak

$$x_P = x_B + b.Q\ .$$

Příklad 6.2

Vypočtěte souřadnice bodu 204, je-li dán výpis ze zápisníku měřených vodorovných směrů a směrníky (obr.6.6):

Stano-visko	Bod	Měř.vod. směr [g]
21	17	9,0284
	204	124,6319
	22	176,0679
22	204	96,0234
	15	110,5948
	19	198,4483
	30	394,7272



Obr.6.6

$\sigma_{21\text{-}17} = 141{,}4310^g$
$\sigma_{22\text{-}15} = 174{,}1411^g$
$\sigma_{22\text{-}19} = 261{,}9938^g$
$\sigma_{22\text{-}30} = 58{,}2740^g$

ČB	Y	X
21	749158,81	1010501,50
22	749010,14	1010521,40

Řešení:

1. Výpočet orientovaných směrů

Str.:Př.6.2-1

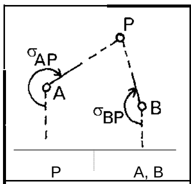
VÝPOČET ORIENTOVANÝCH SMĚRŮ

Orientace na bodu číslo	Cílový bod číslo	Osnova centrovaných směrů	Směrník	Orientační posun O_i = (4) - (3) O = [O_i] / n	Orientované směry = (3) + O	Poznámka
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)
21	17	9,0284	141,4310	132,4026		
	204	124,6319			257,0348	
	22	176,0679	308,4710	132,4031		
				132,4029		
22	204	96,0234			159,5696	
	15	110,5948	174,1411	63,5463		
	19	198,4483	261,9938	63,5455		
	30	394,7272	58,2740	63,5468		
				63,5462		

2. Výpočet bodu 204

Str.:Př.6.2-2

PROTÍNÁNÍ VPŘED Z ORIENTOVANÝCH SMĚRŮ

		Y_A	X_A	AP			a = cotg AP		
		Y_B	X_B	BP			b = cotg BP	$Q = \frac{-\Delta X_{BA} + a\Delta Y_{BA}}{J}$	
		$\Delta Y_{BA} = Y_A - Y_B$	$\Delta X_{BA} = X_A - X_B$	g	c	cc	J = a - b	$Y_P = Y_B + Q$	$X_P = bQ + X_B$
(1)		(2)	(3)	(4)			(5)	(6)	(7)
A	21	749 158,81	1 010 501,50	257	03	48	0,800254		
B	22	749 010,14	1 010 521,40	159	56	96	-1,356994	64,375427	
204	P	148,67	-19,90				2,157248	749 074,52	1 010 434,04

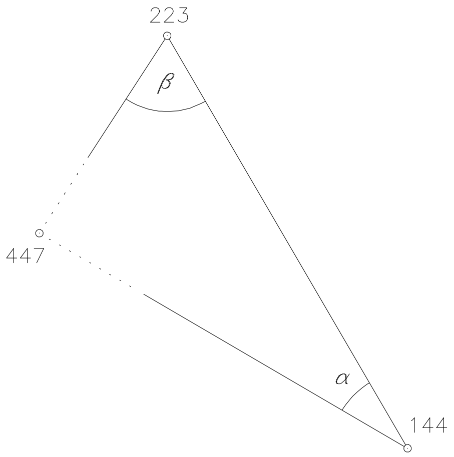
Cvičení:

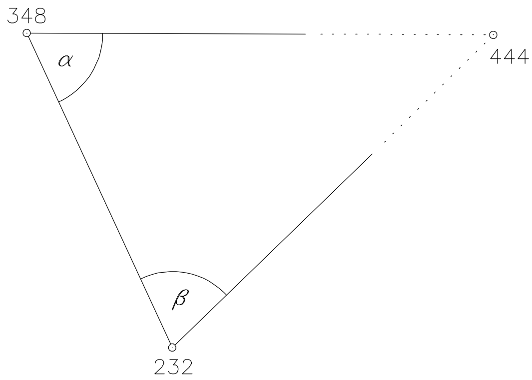
6.1.* Určete souřadnice zhušťovacího bodu 447, jestliže byl na bodě 144 změřen úhel α = 32,7632^g a na bodě 223 úhel β = 70,1368^g (obr.6.7).

ČB	Y	X
144	733729,91	1014708,93
223	734205,41	1013892,41

6.2.* Určete souřadnice zhušťovacího bodu 444, jestliže byl na bodě 348 změřen úhel $\alpha = 72{,}2082^{g}$ a na bodě 232 úhel $\beta = 78{,}3929^{g}$ (obr.6.8).

ČB	Y	X
348	734650,48	1014705,54
232	734363,65	1015326,25





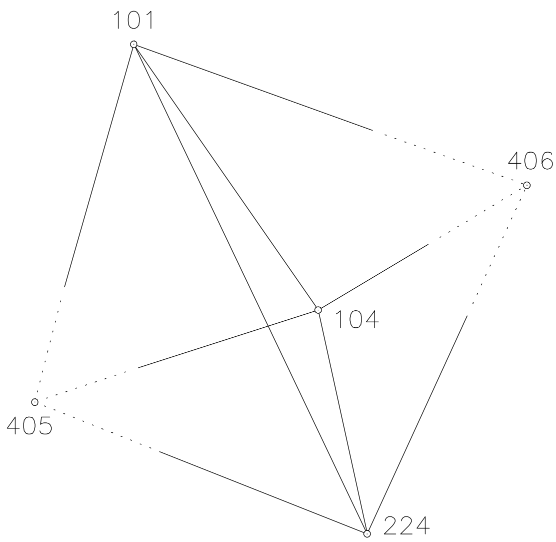
Obr.6.8

Obr.6.7

6.3.* Na bodech 101, 104 a 224 byly změřeny osnovy vodorovných směrů. Určete souřadnice bodů 405 a 406 ze všech možných kombinací (obr.6.9).

Výpis ze zápisníku:

Stano-visko	Záměra na bod	Vodorovný směr [g]
224	405	295,4716
	101	343,1170
	104	357,7308
	406	398,8615
104	406	23,6445
	224	144,1435
	405	237,9055
	101	319,2181
101	406	48,1866
	104	87,6415
	224	97,9533
	405	143,5317



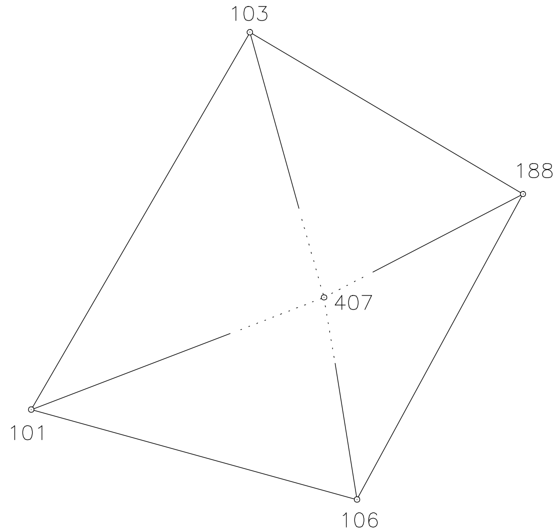
Obr.6.9

ČB	Y	X
101	732016,58	1013866,39
104	731605,30	1014458,00
224	731495,88	1014956,77

6.4.* Vypočítejte souřadnice zhušťovacího bodu 407, je-li dán výpis ze zápisníku měřených vodorovných směrů. Vypočtěte všechny možné kombinace (obr.6.10).

Výpis ze zápisníku:

Stano-visko	Záměra na bod	Vodorovný směr [g]
188	103	4,0868
	106	299,5583
	407	339,5462
101	407	3,0070
	106	48,1866
	103	359,7384
103	188	399,9992
	407	48,6268
	101	99,4000
106	188	399,9998
	101	292,3774
	407	361,3636



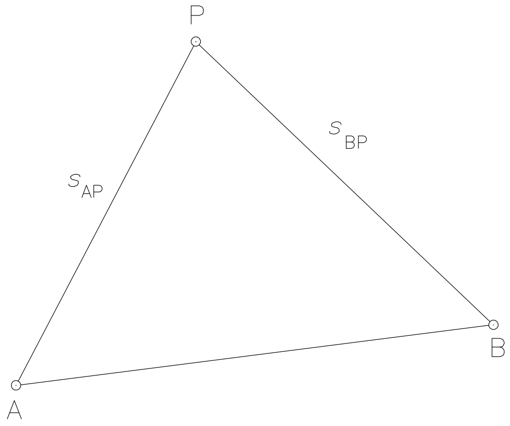
Obr.6.10

ČB	Y	X
101	732016,58	1013866,39
103	731428,14	1012850,50
106	731139,59	1014180,12
188	730692,79	1013285,74

7. Protínání z délek

Protínáním z délek rozumíme určení polohy bodu z měřených délek mezi body známými a určovanými. Délky musíme měřit s odpovídající přesností.

Dáno: ***A***,***B*** [y,x]
Měřeno: $\boldsymbol{s_{AP}}$, $\boldsymbol{s_{BP}}$
Úkol: ***P*** [y,x]



Obr.7.1

Postup výpočtu:

Výpočet můžeme provádět buď pomocí rajónů, kdy si pomocí kosinovy věty dopočteme úhly α a β nebo jako bod na kolmici stejně jako u protínání z úhlů.

1. Pomocí rajónu:

a) Vypočteme $\boldsymbol{s_{AB}}$ a $\sigma_{\boldsymbol{AB}}$ a $\sigma_{\boldsymbol{BA}}$ ze souřadnic.

b) Vypočteme kosinovou větou úhly α a β ,

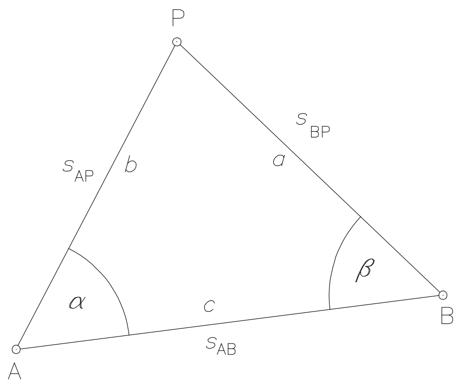
kosinova věta: $\boldsymbol{a}^2 = \boldsymbol{b}^2 + \boldsymbol{c}^2 - 2\cdot \boldsymbol{b}\cdot \boldsymbol{c}\cdot \cos$,

$$\boldsymbol{s}_{\boldsymbol{BP}}^2 = \boldsymbol{s}_{\boldsymbol{AP}}^2 + \boldsymbol{s}_{\boldsymbol{AB}}^2 - 2\cdot \boldsymbol{s}_{\boldsymbol{AP}}\cdot \boldsymbol{s}_{\boldsymbol{AB}}\cdot \cos$$

pak

$$\cos\alpha = \frac{\boldsymbol{s}_{\boldsymbol{AP}}^2 + \boldsymbol{s}_{\boldsymbol{AB}}^2 - \boldsymbol{s}_{\boldsymbol{BP}}^2}{2\boldsymbol{s}_{\boldsymbol{AB}}\boldsymbol{s}_{\boldsymbol{AP}}},$$

$$\cos\beta = \frac{\boldsymbol{s}_{\boldsymbol{BP}}^2 + \boldsymbol{s}_{\boldsymbol{AB}}^2 - \boldsymbol{s}_{\boldsymbol{AP}}^2}{2\boldsymbol{s}_{\boldsymbol{AB}}\boldsymbol{s}_{\boldsymbol{BP}}}.$$



Obr.7.2

c) Vypočteme směrník $\sigma_{\boldsymbol{AP}}$ a $\sigma_{\boldsymbol{BP}}$,

$\sigma_{\boldsymbol{AP}} = \sigma_{\boldsymbol{AB}} - \alpha$,
$\sigma_{\boldsymbol{BP}} = \sigma_{\boldsymbol{BA}} + \beta$.

d) Vypočteme souřadnice bodu ***P***,

z bodu ***A***:
$\boldsymbol{y_P} = \boldsymbol{y_A} + \boldsymbol{s_{AP}}.\sin \sigma_{\boldsymbol{AP}}$,
$\boldsymbol{x_P} = \boldsymbol{x_A} + \boldsymbol{s_{AP}}.\cos \sigma_{\boldsymbol{AP}}$,

a kontrolně z bodu ***B***:
$\boldsymbol{y_P} = \boldsymbol{y_B} + \boldsymbol{s_{BP}}.\sin \sigma_{\boldsymbol{BP}}$,
$\boldsymbol{x_P} = \boldsymbol{x_B} + \boldsymbol{s_{BP}}.\cos \sigma_{\boldsymbol{BP}}$.

Souřadnice z obou výpočtů se mohou lišit jen vlivem zaokrouhlování.

2. Jako bod na kolmici:

a) Vypočteme úsečky $\boldsymbol{m}$, $\boldsymbol{n}$ a $\boldsymbol{k}$:

- trojúhelníky $\boldsymbol{APP}_1$ a $\boldsymbol{BPP}_1$ mají společnou odvěsnu $\boldsymbol{k}$, proto platí:

$$\boldsymbol{k}^2 = \boldsymbol{s}_{AP}^2 - \boldsymbol{m}^2 = \boldsymbol{s}_{BP}^2 - (\boldsymbol{s}_{AB} - \boldsymbol{m})^2 ,$$

tj.

$$\boldsymbol{s}_{AP}^2 - \boldsymbol{m}^2 = \boldsymbol{s}_{BP}^2 - \boldsymbol{s}_{AB}^2 + 2\boldsymbol{s}_{AB}\boldsymbol{m} - \boldsymbol{m}^2 .$$

Z toho

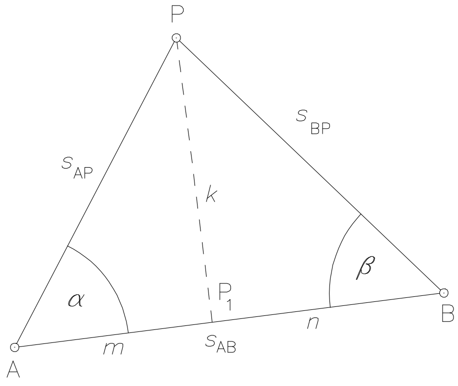
$$\boldsymbol{m} = \frac{\boldsymbol{s}_{AB}^2 + \boldsymbol{s}_{AP}^2 - \boldsymbol{s}_{BP}^2}{2\boldsymbol{s}_{AB}} ,$$

podobně

$$\boldsymbol{n} = \frac{\boldsymbol{s}_{AB}^2 + \boldsymbol{s}_{BP}^2 - \boldsymbol{s}_{AP}^2}{2\boldsymbol{s}_{AB}} .$$

Potom

$$\boldsymbol{k} = \sqrt{\boldsymbol{s}_{AP}^2 - \boldsymbol{m}^2} = \sqrt{\boldsymbol{s}_{BP}^2 - \boldsymbol{n}^2} .$$



Obr.7.3

Dále můžeme psát

$$\cot g \quad = \frac{\boldsymbol{m}}{\boldsymbol{k}} = \boldsymbol{a} ,$$

$$\cot g \quad = \frac{\boldsymbol{n}}{\boldsymbol{k}} = \boldsymbol{b} .$$

Úhly α a β není třeba počítat. Souřadnice bodu $\boldsymbol{P}$ vypočteme stejně jako u protínání vpřed z úhlů:

$$\boldsymbol{y_P} = \frac{\Delta \boldsymbol{x_{BA}} + \boldsymbol{b} \cdot \Delta \boldsymbol{y_{BA}} + \boldsymbol{J} \cdot \boldsymbol{y_B}}{\boldsymbol{J}} ,$$

$$\boldsymbol{x_P} = \frac{-\Delta \boldsymbol{y_{BA}} + \boldsymbol{b} \cdot \Delta \boldsymbol{x_{BA}} + \boldsymbol{J} \cdot \boldsymbol{x_B}}{\boldsymbol{J}} .$$

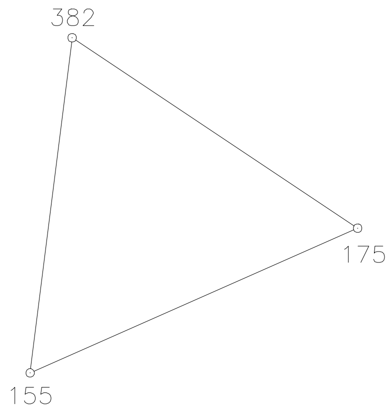
Příklad 7.1

Vypočtěte souřadnice bodu 382, jsou-li dány souřadnice bodů 155, 175 a měřené vzdálenosti (obr.7.4).

ČB	Y	X
155	722186,48	1023570,29
175	721617,42	1023319,21

$\boldsymbol{s}_{155\text{-}382}$ = 586,27 m

$\boldsymbol{s}_{175\text{-}382}$ = 596,14 m.



Obr.7.4

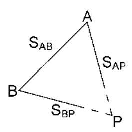
Řešení:

1. Pomocí rajónu – postupujeme podle návodu viz výše:

$\boldsymbol{s}_{155-175}$ = 621,99 m
$\sigma_{155-175}$ = 273,5467^g
α = 65,5984^g
β = 63,8800^g
$\sigma_{155-382}$ = 207,9483^g $\boldsymbol{s}_{155-382}$ = 586,27 m
$\sigma_{175-382}$ = 137,4267^g $\boldsymbol{s}_{175-382}$ = 596,14 m

souřadnice vypočtené z bodu 155: souřadnice vypočtené z bodu 175:
y_{382} = 722 113,47 m y_{382} = 722 113,47 m
x_{382} = 1 022 988,58 m x_{382} = 1 022 988,58 m.

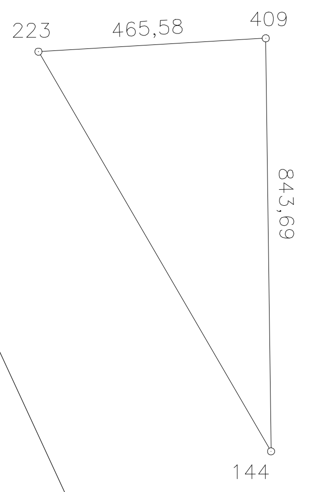
2. Jako bod na kolmici – celý výpočet je ve formuláři:

		$\boldsymbol{y}_A$	$\boldsymbol{x}_A$	S_{AP}	$a = \frac{m}{k}$	$m = \frac{S^2_{AB} + S^2_{AP} - S^2_{BP}}{2S_{AB}}$	$n = \frac{S^2_{AB} + S^2_{BP} - S^2_{AP}}{2S_{AB}}$
		$\boldsymbol{y}_B$	$\boldsymbol{x}_B$	S_{BP}	$b = \frac{n}{k}$	$k = \sqrt{S^2_{AP} - m^2}$	$k = \sqrt{S^2_{BP} - n^2}$
		$\Delta \boldsymbol{y}_{BA} = \boldsymbol{y}_A - \boldsymbol{y}_B$	$\Delta x_{BA} = x_A - x_B$	S_{AB}	$J = a + b$	$y_P = \frac{\Delta x_{BA} + b\Delta y_{BA} + Jy_B}{J}$	$x_P = \frac{-\Delta y_{BA} + b\Delta x_{BA} + Jx_B}{J}$
P	A B			m		m	m
(1)		(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)
	155	722 186,48	1 023570,29	586,27	0,599945	301,6135	320,3765
	175	721617,42	1 023 319,21	596,14	0,637267	502,7346	502,7346
382		569,06	251,08	621,99	1,237212	722 113,47	1 022 988,58

Cvičení:

7.1.* Vypočtěte souřadnice bodu 409 (obr.7.5).

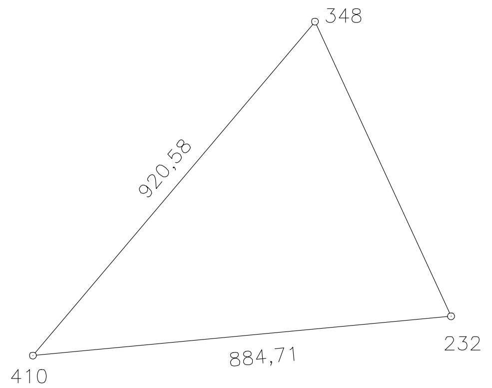
ČB	Y	X
144	733729,91	1014708,93
223	734205,41	1013892,41



Obr.7.5

7.2.* Vypočtěte souřadnice bodu 410 (obr.7.6).

ČB	Y	X
348	734650,48	1014705,54
232	734363,65	1015326,25



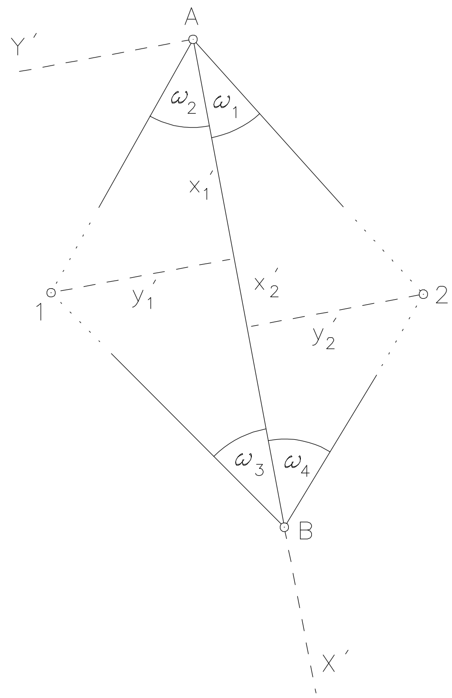
Obr.7.6

8. Speciální souřadnicové výpočty

8.1. Hansenova úloha

Hansenova úloha spočívá v současném určení souřadnic dvou bodů (***A*** a ***B***), na nichž byly změřeny osnovy směrů na dané body 1, 2 a na druhý určovaný bod (obr.8.1). Při výpočtu musíme respektovat označení bodů a úhlů, abychom dostali správné souřadnice.

Dáno: 1,2 [y,x]
Měřeno: osnovy směrů na bodech ***A***,***B***
Úkol: ***A***, ***B*** [y,x]



Obr.8.1

Postup výpočtu:

a) Z osnovy směrů vypočteme příslušné úhly ω.

b) Zvolíme vedlejší soustavu, kde osa +X´ leží ve spojnici bodů ***A-B***. Bod ***A*** má souřadnice [0,0] a bod ***B*** [0,$\boldsymbol{s_{AB}}$]. Za hodnotu $\boldsymbol{s_{AB}}$ zvolíme přibližnou délku nebo jinou hodnotu např. 1 nebo 1000.

c) Vypočteme souřadnice bodů 1, 2 v pomocné soustavě

$$\boldsymbol{y}_1' \cdot \cot g \quad {}_2 + \boldsymbol{y}_1' \cot g \quad {}_3 = \boldsymbol{s_{AB}},$$

$$\boldsymbol{y}_1' = \frac{\boldsymbol{s_{AB}}}{\cot g \quad {}_2 + \cot g \quad {}_3},$$

$$\boldsymbol{x}_1' = \boldsymbol{y}_1' \cdot \cot g \quad {}_2 .$$

Stejně vypočteme $\boldsymbol{y}_2'$ a $\boldsymbol{x}_2'$. Musíme dát pozor na znaménka, v tomto případě bude $\boldsymbol{y}_2'$ záporné.
Souřadnice $\boldsymbol{y}_1'$, $\boldsymbol{x}_1'$, $\boldsymbol{y}_2'$ a $\boldsymbol{x}_2'$ můžeme také vypočítat protínáním z úhlů.

d) Pomocí transformace vypočteme souřadnice bodů ***A*** a ***B*** v hlavní soustavě (soustava daných bodů).

Příklad 8.1

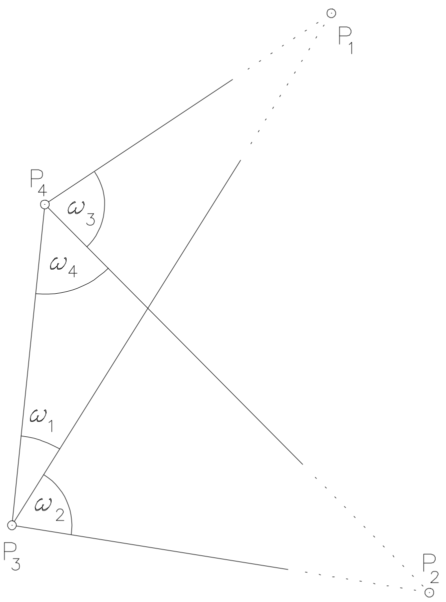
Jsou dány souřadnice bodů

ČB	Y	X
P1	700 953,65	1 210 555,73
P2	700 803,05	1 211 138,95

a měřené úhly ω_1 = 34,115^g, ω_2 = 63,342^g, ω_3 = 65,007^g ω_4 = 70,109^g.
Vypočtěte souřadnice bodů P_3, P_4 (obr.8.2).

Řešení:

a) Zvolíme vedlejší soustavu, kde osa +X´ leží ve spojnici bodů P_3-P_4 a vzdálenost těchto bodů v pomocné soustavě zvolíme 1000. Pak bod P_3 má souřadnice [0,0] a bod P_4 [0,1000].



Obr.8.2

b) Nyní vypočteme souřadnice bodů P_1 a P_2 ve vedlejší soustavě (obr.8.2).
Jedná se o protínání vpřed z úhlů.

$$\boldsymbol{y}'_{P1} = \frac{1000}{\cot g(\omega_3 + \omega_4) + \cot g\,\omega_1},$$

$$\boldsymbol{y}'_{P1} = 935{,}76\ \mathrm{m},$$

$$\boldsymbol{x}'_{P1} = \boldsymbol{y}'_{P1} \cdot \cot g\,\omega_1,$$

$$\boldsymbol{x}'_{P1} = 1575{,}78\ \mathrm{m},$$

$$\boldsymbol{y}'_{P2} = \frac{1000}{\cot g(\omega_1 + \omega_2) + \cot g\,\omega_4},$$

$$\boldsymbol{y}'_{P2} = 1827{,}03\ \mathrm{m},$$

$$\boldsymbol{x}'_{P2} = \boldsymbol{y}'_{P2} \cdot \cot g(\omega_1 + \omega_2),$$

$$\boldsymbol{x}'_{P2} = 73{,}02\ \mathrm{m},$$

c) Provedeme transformaci bodů P_3 a P_4 do hlavní soustavy (viz. kap.5.4).

a = -0,096143 ***b*** = -0,331078,

dosazením do transformačních rovnic dostaneme:

P_3 y = 701 414,96 m x = 1 210 987,47 m

P_4 y = 701 318,82 m x = 1 210 656,39 m.

8.2. Určení nepřístupné vzdálenosti – Krasovského řešení

V praxi se někdy vyskytne situace, kdy je nutno určit vzdálenost dvou nepřístupných bodů (např. vzdálenost dvou věží kostela). Abychom mohli tuto vzdálenost určit, zvolíme dva pomocné body mezi nimiž změříme vzdálenost (délka základny) a na nichž změříme osnovy směrů. Základnu volíme tak, aby byla pokud možno rovnoběžná s nepřístupnou délkou a v takové vzdálenosti, aby úhly na nepřístupných bodech nebyly ani příliš ostré ani příliš tupé.

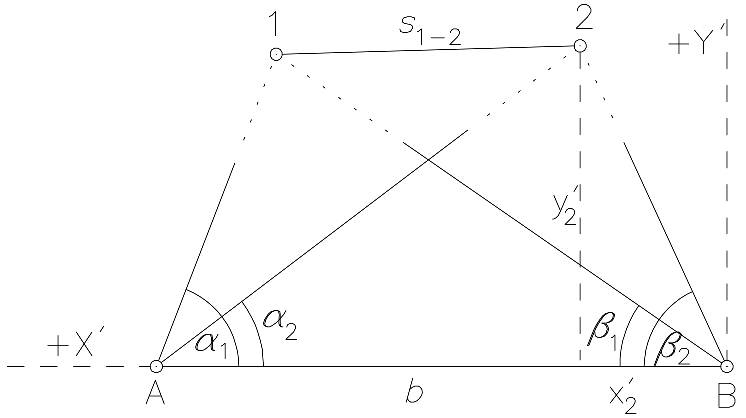
Měřeno: osnovy směrů na bodech ***A***,***B***, základna ***b***
Úkol: vzdálenost $\boldsymbol{s}_{1\text{-}2}$
(obr.8.3)

Postup výpočtu:

a) Z osnov směrů vypočteme úhly α a β.

b) Zvolíme pomocnou soustavu, (obr.8.3). Souřadnice bod ***B*** jsou tedy [0,0] a bodu ***A*** [0,***b***].

c) Vypočteme souřadnice bodů 1, 2 ve zvolené soustavě



Obr.8.3

$$\boldsymbol{y}_2' \,\mathrm{cotg}\;\;{}_2 + \boldsymbol{y}_2' \cdot \mathrm{cotg}\;\;{}_2 = \boldsymbol{b}\,,$$

$$\boldsymbol{y}_2' = \frac{\boldsymbol{b}}{\mathrm{cotg}\;\;{}_2 + \mathrm{cotg}\;\;{}_2}\,,$$

$$\boldsymbol{x}_2' = \boldsymbol{y}_2' \cdot \mathrm{cotg}\;\;{}_2 = \frac{\boldsymbol{b} \cdot \mathrm{cotg}\;\;{}_2}{\mathrm{cotg}\;\;{}_2 + \mathrm{cotg}\;\;{}_2}\,.$$

Stejně

$$\boldsymbol{y}_1' = \frac{\boldsymbol{b}}{\mathrm{cotg}\;\;{}_1 + \mathrm{cotg}\;\;{}_1}\,,$$

$$\boldsymbol{x}_1' = \boldsymbol{y}_1' \cdot \mathrm{cotg}\;\;{}_1 = \frac{\boldsymbol{b} \cdot \mathrm{cotg}\;\;{}_1}{\mathrm{cotg}\;\;{}_1 + \mathrm{cotg}\;\;{}_1}\,.$$

d) Ze souřadnic v pomocné soustavě vypočteme nepřístupnou vzdálenost mezi body 1-2,

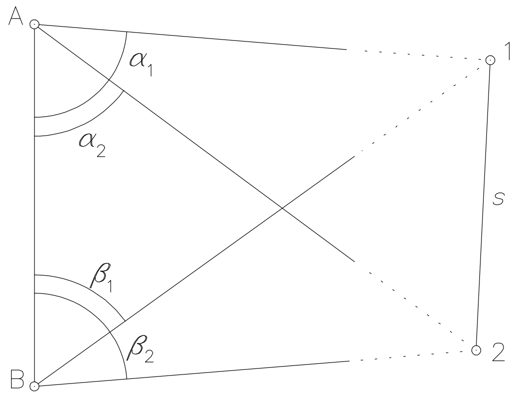
$$\boldsymbol{s}_{1-2} = \sqrt{\Delta \boldsymbol{y}_{12}'^{2} + \Delta \boldsymbol{x}_{12}'^{2}}\,.$$

Příklad 8.2

Vypočtěte vzdálenost bodů 1-2, byla-li zvolena základna A-B. Veškeré naměřené údaje jsou ve výpisu ze zápisníku (obr.8.4).

Výpis ze zápisníku:

Stano-visko	Bod	Vodorovný směr [g]	Vzdálenost [m]
A	1	0,0150	-
	2	35,4570	-
	B	95,0365	58,345
B	A	0,0050	58,345
	1	60,5080	-
	2	94,8350	-



Obr.8.4

Řešení:

a) Z naměřených osnov směrů vypočteme úhly α a β.

$\alpha_1 = 95{,}0215^g$ $\beta_1 = 60{,}5030^g$

$\alpha_2 = 59{,}5795^g$ $\beta_2 = 94{,}8300^g$.

b) Vypočteme souřadnice bodů 1,2 protínáním vpřed z úhlů, kde B[0,0], A[0, 58,345].

$$\boldsymbol{y}_2' = \frac{\boldsymbol{b}}{\cot \boldsymbol{g}_2 + \cot \boldsymbol{g}_2} = 71{,}320 \text{ m},$$

$$\boldsymbol{x}_2' = \boldsymbol{y}_2' \cdot \cot \boldsymbol{g}_2 = 5{,}805 \text{ m}.$$

$$\boldsymbol{y}_1' = \frac{\boldsymbol{b}}{\cot \boldsymbol{g}_1 + \cot \boldsymbol{g}_1} = 73{,}584 \text{ m},$$

$$\boldsymbol{x}_1' = \boldsymbol{y}_1' \cdot \cot \boldsymbol{g}_1 = 52{,}579 \text{ m}.$$

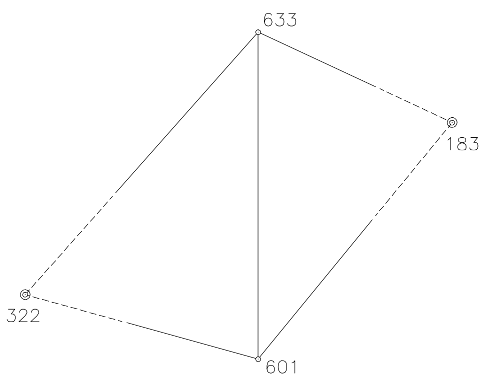
c) vypočteme vzdálenost

$$\boldsymbol{s} = \sqrt{\Delta \boldsymbol{y}_{12}'^2 + \Delta \boldsymbol{x}_{12}'^2} = 46{,}829 \text{ m}.$$

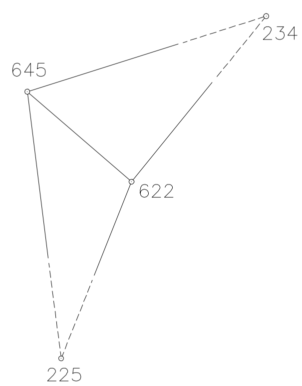
Cvičení:

8.1. Vypočtěte souřadnice bodů 633 a 601 (obr.8.5), je-li dáno:

Stano-visko	Bod	Vodorovný směr g
601	183	0,0040
	322	273,5413
	633	356,3360
633	183	0,1015
	601	72,3290
	322	118,4849



Obr.8.5



Obr.8.6

ČB	Y	X
183	735307,48	1018981,05
322	735880,16	1019137,55

8.2. Vypočtěte souřadnice bodů 622 a 645 (obr.8.6), je-li dáno:

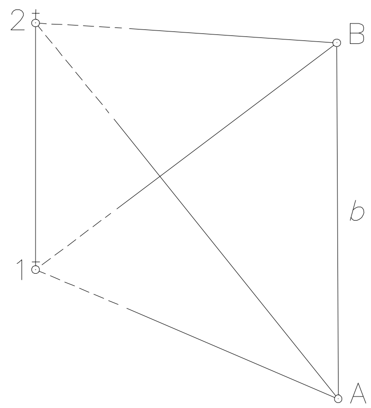
Stano-visko	Bod	Vodorovný směr [g]
645	225	0,0050
	234	322,5213
	622	355,2568

Stano-visko	Bod	Vodorovný směr [g]
622	225	0,0145
	645	103,5139
	234	226,1999

ČB	Y	X
234	735976,81	1018719,77
225	736310,72	1019168,01

8.3. Vypočtěte vzdálenost obou věží Týnského chrámu, byla-li na Staroměstském náměstí změřena základna ***b*** = 53,800 m a vodorovné směry (obr.8.7):

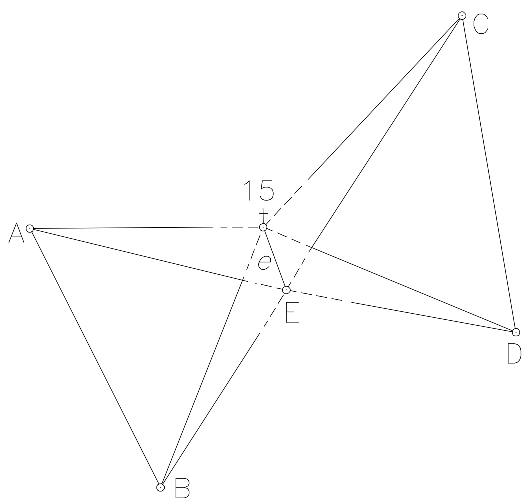
Stano-visko	Bod	Vodorovný směr ° ´ ´´
A	1	0 00 00
	2	8 57 25
	B	66 57 30
B	A	0 00 00
	1	85 20 20
	2	95 55 40



Obr.8.7

8.4. Vypočtěte excentricitu ***e*** ze dvou základen AB = 55,123 m, CD = 61,463 m (obr.8.8):

Stano-visko	Bod	Vodorovný směr ° ´ ´´
A	15	0 00 00
	E	2 37 12
	B	63 44 12
B	A	0 00 00
	15	61 31 19
	E	65 20 08
C	D	0 00 00
	E	60 29 00
	15	63 31 08
D	E	0 00 00
	15	1 21 08
	C	68 12 28



Obr.8.8

9. Protínání zpět

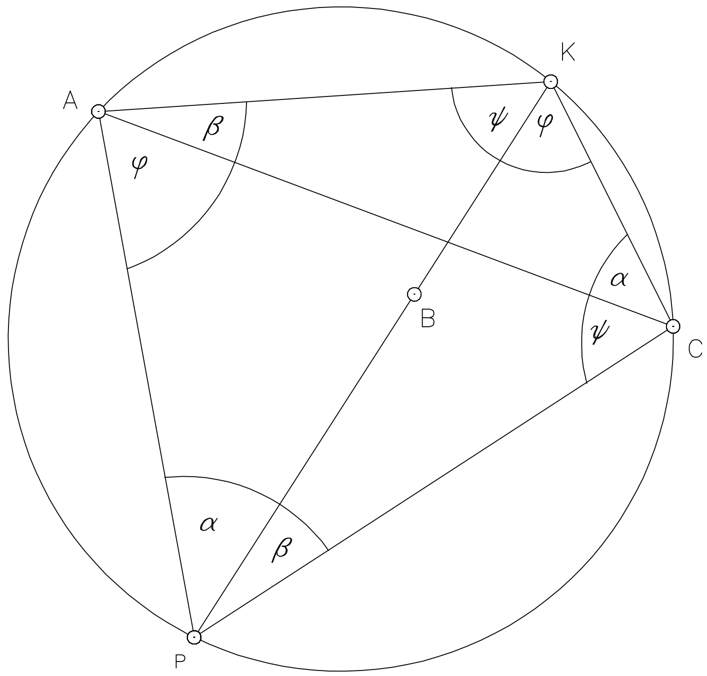
Protínáním zpět určujeme souřadnice neznámého bodu pomocí tří daných bodů, kdy na určovaném bodě naměříme vodorovné úhly na dané body.

Při určování souřadnic bodu protínáním zpět nesmí všechny body ležet na kružnici (ani se k ní přibližovat), jinak úloha nemá jednoznačné řešení.

My si zde naznačíme dva možné postupy řešení.

9.1. Výpočet pomocným bodem (Collinsův způsob)

Dáno: ***A,B,C*** [y,x]
Měřeno: α, β
Úkol: ***P*** [y,x]



Obr.9.1

Postup výpočtu:

1. Collinsův bod ***K*** získáme jako průsečík kružnice opsané body ***ACP*** a spojnice ***PB***. Souřadnice bodu ***K*** určíme protínáním vpřed z bodů ***A*** a ***C*** a úhlů α a β, které se vyskytují jako obvodové úhly i na bodech ***C*** a ***A*** (Obr.9.1).
2. Z rozdílů směrníků σ_{KB}, σ_{KA} a σ_{KC} vypočteme úhly φ a ψ:
   $\varphi = \sigma_{KB} - \sigma_{KC}$, $\psi = \sigma_{KA} - \sigma_{KB}$.
   Tyto úhly se vyskytují jako obvodové úhly na bodech ***A*** a ***C***.
3. Souřadnice bodu ***P*** můžeme tedy vypočítat opět protínáním vpřed z bodů ***A*** a ***C*** a úhlů φ a ψ.

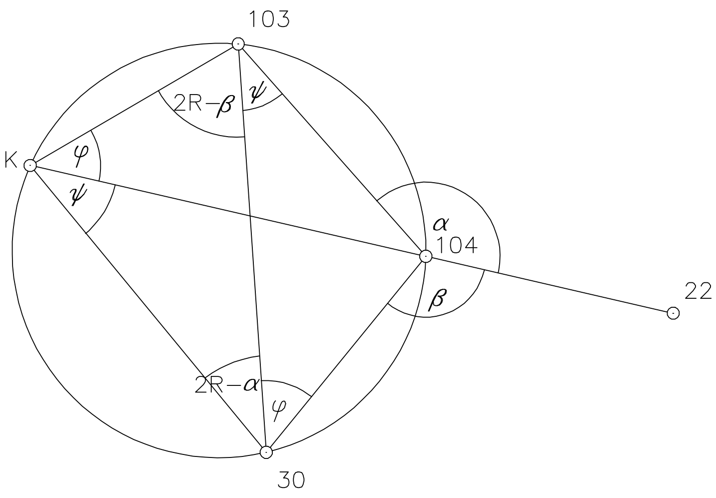
Příklad 9.1

Vypočtěte souřadnice bodu 104 určeného protínáním zpět z bodů 103, 22, 30 (obr.9.2).

ČB	Y	X
103	739936,78	1044454,82
22	737998,12	1045881,67
30	739331,21	1046906,56

$\alpha = 141{,}0182^g$

$\beta = 93{,}5052^g$



Obr.9.2

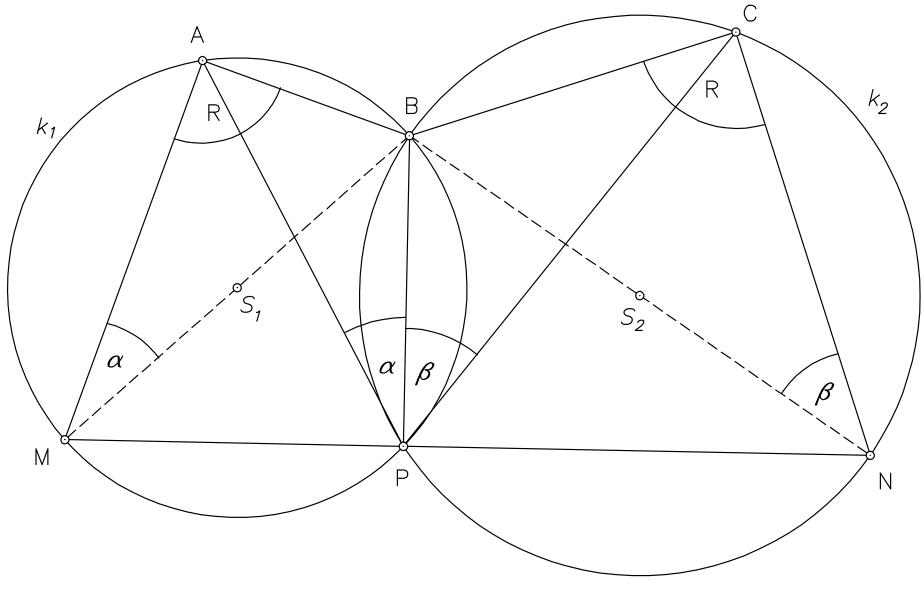
Řešení:
1) Výpočet bodu ***K*** (viz. kap. 6.1 Protínání z úhlů),
y_K = 743 810,66 m
x_K = 1 045 001,25 m.

2) Z obrázku vyplývá:
$\varphi = \sigma_{K22} - \sigma_{K103} = 309{,}5701^g - 291{,}0790^g = 18{,}4911^g$
$\psi = \sigma_{K30} - \sigma_{K22} = 325{,}6024^g - 309{,}5701^g = 16{,}0323^g$.

3) Výpočet bodu 104 (viz. kap. 6.1 Protínání z úhlů),
y_{104} = 739 272,33 m,
x_{104} = 1 045 688,67 m.

9.2. Cassiniho řešení

Dáno: ***A,B,C*** [y,x]
Měřeno: α, β
Úkol: ***P*** [y,x]



Obr.9.3

Řešení:

1) Opíšeme kružnici $\boldsymbol{k_1}$ body ***ABP*** a kružnici $\boldsymbol{k_2}$ body ***BCP*** (obr.9.3).

2) Sestrojíme bod ***M*** souměrný k bodu ***B*** podle středu $\boldsymbol{S_1}$ kružnice $\boldsymbol{k_1}$ a bod ***N*** souměrný k bodu ***B*** podle středu $\boldsymbol{S_2}$ kružnice $\boldsymbol{k_2}$.

3) Body ***M***, ***P***, ***N*** leží v jedné přímce, bod ***P*** je patou kolmice spuštěné z bodu ***B*** na přímku ***MN,*** neboť úhly ***MPB*** a ***BPN*** jsou úhly nad průměrem, tedy úhly pravé. Hledáme průsečík přímky ***MN*** a přímky k ní kolmé procházející bodem ***B***.

4) Nejprve určíme souřadnice bodů ***M*** a ***N***. Souřadnice bodu ***M*** vypočteme pomocí rajónu z bodu ***A*** (délka rajónu $s_{AM} = s_{AB}.\mathrm{cotg}\,\alpha$, směrník rajónu $\sigma_{AM} = \sigma_{AB} + R$):

$$y_M = y_A + s_{AM} \,.\, \sin \sigma_{AM} ,$$

$$x_M = x_A + s_{AM} \,.\, \cos \sigma_{AM} .$$

Obdobně vypočteme bod ***N*** z bodu ***C***.

5) Napíšeme rovnici přímky jdoucí body ***MN***:

$$y - y_M = \frac{\Delta y_{MN}}{\Delta x_{MN}} \cdot (x - x_M)$$

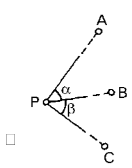
a přímky jdoucí bodem ***B*** kolmo k ***MN***:

$$y - y_B = -\frac{\Delta x_{MN}}{\Delta y_{MN}} \cdot (x - x_B) .$$

6) Průsečík obou přímek je hledaným bodem ***P*** ($y=y_P$, $x=x_P$). Vyřešením dvou rovnic o dvou neznámých dostaneme souřadnice určovaného bodu. Pro vyřešení těchto rovnic je možno použít upravený zápisník.

Příklad 9.1 s použitím zápisníku

PROTÍNÁNÍ ZPĚT



		$\Delta Y_{BA} = Y_A - Y_B$	$\Delta X_{BA} = X_A - X_B$					$\Delta Y_{BM} = \Delta Y_{BA} - a\Delta X_{BA}$	$\Delta X_{BM} = \Delta X_{BA} + a\Delta Y_{BA}$
		Y_A	X_A				a = cotg	$p = \Delta Y_{BM} + \Delta Y_{CB} + b\Delta X_{CB}$	$q = \Delta X_{BM} + \Delta X_{CB} - b\Delta Y_{CB}$
		Y_B	X_B					$K = -p/q$	$L = -q/p$
		Y_C	X_C				b = cotg	$J = K + L$	$Q = \dfrac{\Delta Y_{BM} + K\Delta X_{BM}}{J}$
		$\Delta Y_{CB} = Y_B - Y_C$	$\Delta X_{CB} = X_B - X_C$	g	c	cc		$Y_P = Y_B + L\,Q$	$X_P = Q + X_B$
(1)		(2)	(3)	(4)			(5)	(6)	(7)
		1 938,660	-1 426,850					866,713	-2883,304
A	103	739 936,78	1 044 454,82	141	01	82	-0,7512684	-571,301	-3771,718
B	22	737 998,12	1 045 881,67					-0,151470	-6,601982
C	30	739 331,21	1 046 906,56	93	50	52	0,1023755	-6,753451	-193,004
104	**P**	-1 333,09	-1 024,89					**739 272,33**	**1 045 688,67**

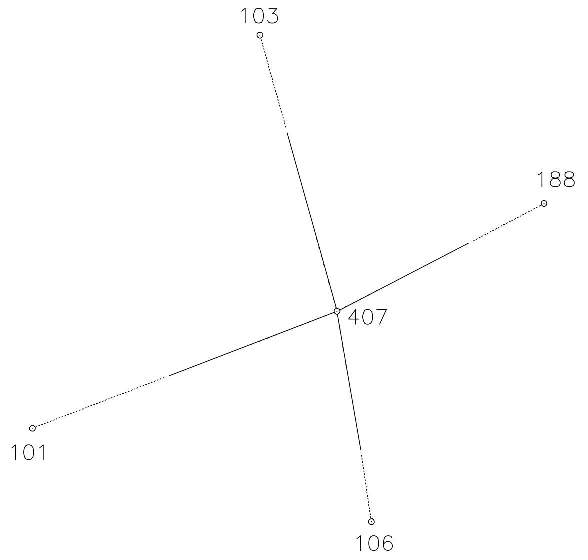
Cvičení:

9.1.* Vypočítejte souřadnice zhušťovacího bodu 407, je-li dán výpis ze zápisníku měřených vodorovných směrů. Vypočtěte všechny možné kombinace (obr.9.4).

Výpis ze zápisníku:

Stano-visko	Záměra na bod	Vodorovný směr [g]
407	188	399,9990
	106	121,3755
	101	207,2095
	103	313,1688

ČB	Y	X
101	732016,58	1013866,39
103	731428,14	1012850,50
106	731139,59	1014180,12
188	730692,79	1013285,74

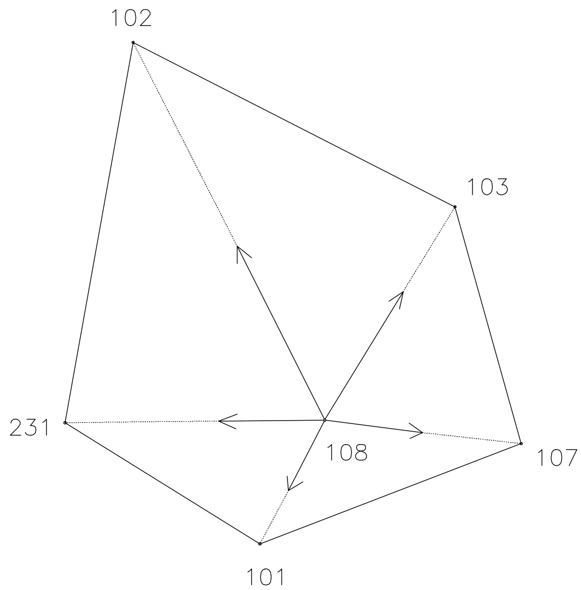


Obr.9.4

9.2.*Jsou dány souřadnice trigonometrických a zhušťovacích bodů a výpis ze zápisníku měřených směrů na bodě 108 (obr.9.5).

Stano-visko	Záměra na bod	Vodorovný směr [g]
108	107	19,1663
	101	142,3430
	231	210,9324
	102	281,7179
	103	346,5095

ČB	Y	X
101	732016,58	1013866,39
102	732398,34	1012354,88
103	731428,14	1012850,50
107	731228,65	1013564,28
231	732603,74	1013501,58



Obr.9.5

Vypočtěte souřadnice bodu 108 z daných bodů:

a) 107, 101, 231 b) 101, 231, 102 c) 231, 102, 103 d) 102, 103, 107
e) 103, 107, 101 f) 102, 107, 101 g) 101, 102, 103

10. Centrační změny

V některých případech nemůžeme měřit přímo na centrickém bodě (věž kostela, překážky v záměrách), pak měříme mimo tento bod, tedy na tzv. excentrickém stanovisku. Podobně se může vyskytnout excentrický cíl, jestliže zaměřujeme na cílovou značku, která není umístěna centricky nad kamenem. Změřené vodorovné směry pak nejsou hledanými hodnotami a musíme je počtářsky upravit tak, abychom dostali hodnoty, které by byly naměřeny na centrickém stanovisku nebo na centrický cíl. Budeme počítat tzv. **centrační změny**, tj. úhlové hodnoty, o které opravujeme naměřené směry.

Pro výpočet je třeba znát tzv. **centrační prvky**:

a) **excentricitu *e***, tj. vodorovnou vzdálenost mezi excentrem ***E*** a centrem ***C***,
b) **centrační úhel *ε***, tj úhel měřený na excentru ***E*** od excentricity ***EC*** ve směru hodinových ručiček na zaměřovaný bod ***P***,
c) **délku *s***, tj. vzdálenost centru ***C*** od bodu ***P*** (obr.10.1).

10.1. Výpočet centračních změn $\delta\alpha$ na excentrickém stanovisku

Na excentrickém stanovisku ***E*** naměříme osnovu vodorovných směrů a získáme vodorovné úhly α' od nulového směru. Naším úkolem je vypočítat úhly α, které by byly naměřeny na centrickém stanovisku ***C***.

Hledané centrované směry budou:

$$= \; ' + \Delta \qquad \text{obr.10.1}$$

nebo

$$= \; ' - \Delta \qquad \text{obr.10.2,}$$

kde oprava $\delta\alpha$ je tzv. **centrační změna**.

Centrační změnu vypočteme:

$$\sin\Delta \; = \frac{\boldsymbol{e}}{\boldsymbol{s}} \sin \; .$$

V případě, že ε>2R, bude hodnota $\delta\alpha$ záporná. Znaménko sinε nám určí správné znaménko $\delta\alpha$, proto můžeme používat ve všech případech vzorec:

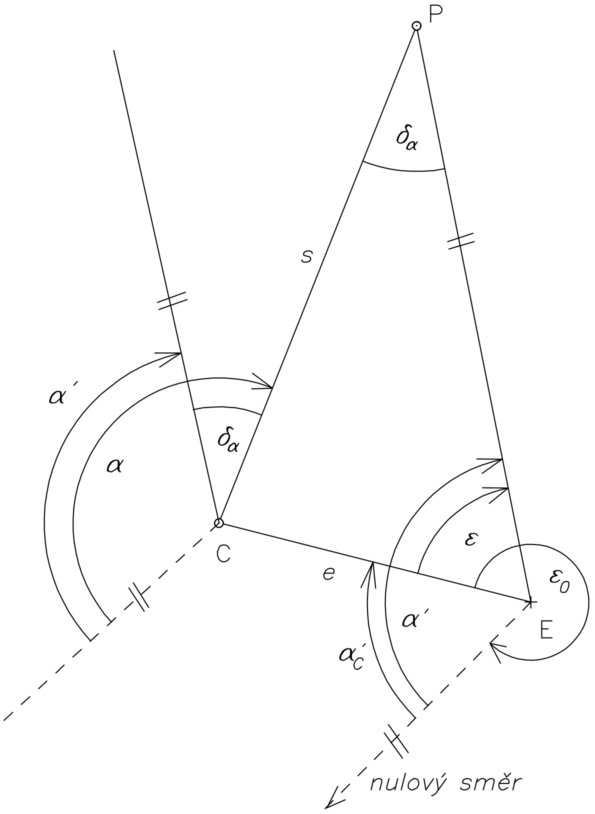
$$= \; ' + \Delta$$

Pro zjednodušení výpočtu můžeme použít zápisník, ve kterém nejprve vypočteme centrační úhel nulového směru ε_0:

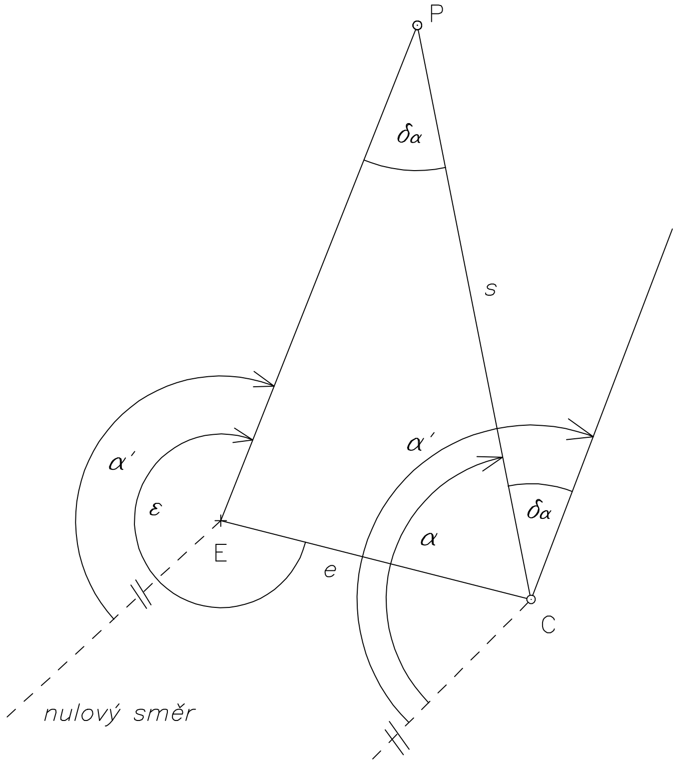
$$_0 = 4R - \; '_{\boldsymbol{C}} .$$

Potom ε pro jednotlivé směry:

$$_{\boldsymbol{P}} = \; '_{\boldsymbol{P}} + \; _0 .$$



Obr.10.1



Obr.10.2

Příklad 10.1

Proveďte centraci osnovy vodorovných směrů na stanovisku 151***E*** na body 401, 402, 152. Měřená osnova směrů a zjištěné vzdálenosti:

Stanovisko	Směr na bod	Naměřená osnova [g]	Vzdálenost [m]
151***E***	401	193,1731	1950,9
	402	199,6463	1745,9
	152	241,4432	2549,9
	151***C***	358,9260	1,540

Řešení:

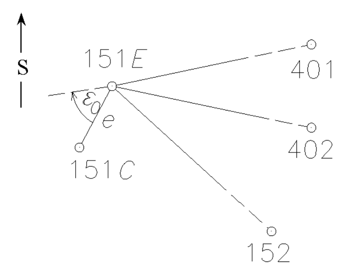
Celý výpočet provedeme do zápisníku.

VÝPOČET CENTRAČNÍCH ZMĚN SMĚRŮ

Str.: Př.10.1

Číslo a název trigonometrického bodu: 151	pro dostředění stanoviska při tom je cíl centrický	Centrační prvky zjištěny dne :

Situace :



e = 1,540 m α'_C = 358 92ᶜ 60ᶜᶜ

Úhly v míře setinné

$$\varepsilon_0 = 4\mathrm{R} - \alpha'_C$$

$$\sin\delta\alpha = \frac{e}{s}\sin\varepsilon$$

$$\alpha = \alpha' + \delta\alpha$$

$$\varepsilon = \varepsilon' - 2\mathrm{R} - \delta\alpha$$

$$\varepsilon = \varepsilon' + 2\mathrm{R} + \delta\alpha$$

Směry na		Osnova (Při neměřených směrech označen původ s…..ze směrníku d…..doplněním)			Osnova orientovaná na EC $\varepsilon = (2) + \varepsilon_0$			sin ε / s / sin δα	Centrační změna δα vypočtená (Znaménko při ε v intervalu 0 – 2R ….. + 2R – 4R ….. –)			kontrolní			Poznámka případně (2) + (5)		
číslo a název bodu		g	c	cc	g	c	cc		g	c	cc	g	c	cc	g	c	cc
(1)		(2)			(3)			(4)	(5)			(6)			(7)		
	ε_0 =	41	07	40				-0,512378									
401		193	17	31	234	24	71	1950,9	– 0	02	57				193	14	74
								-0,000404									
								-0,596901									
402		199	64	63	240	72	03	1745,9	– 0	03	35				199	61	28
								-0,000527									
								-0,962529									
152		241	44	32	282	51	72	2549,9	– 0	03	70				241	40	62
								-0,000581									

10.2. Výpočet centračních změn $\delta\alpha$ při excentrickém cíli

Stejně budeme postupovat při výpočtu centračních změn při měření na excentrický cíl. Na stanovisku ***P*** je změřen směr α' místo správného α.
Z obr.10.3 vyplývá:

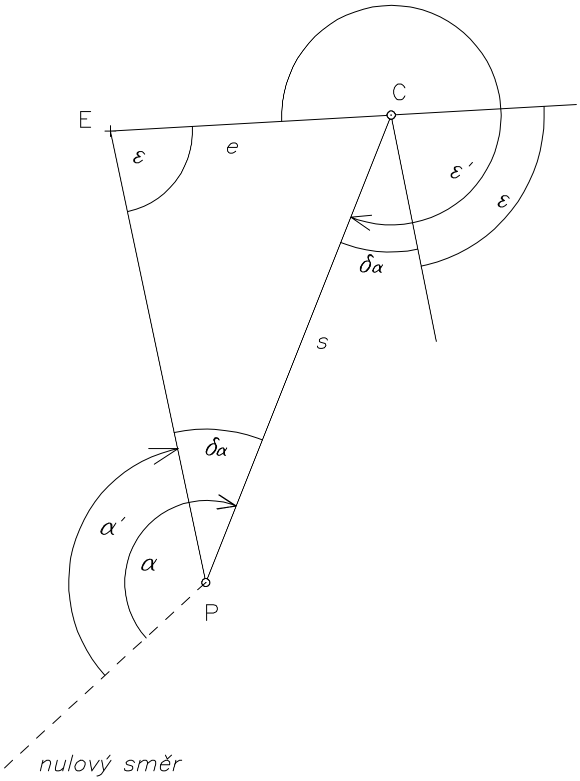
$$= \;' + \Delta \;\; ,$$

a z obr.10.4:

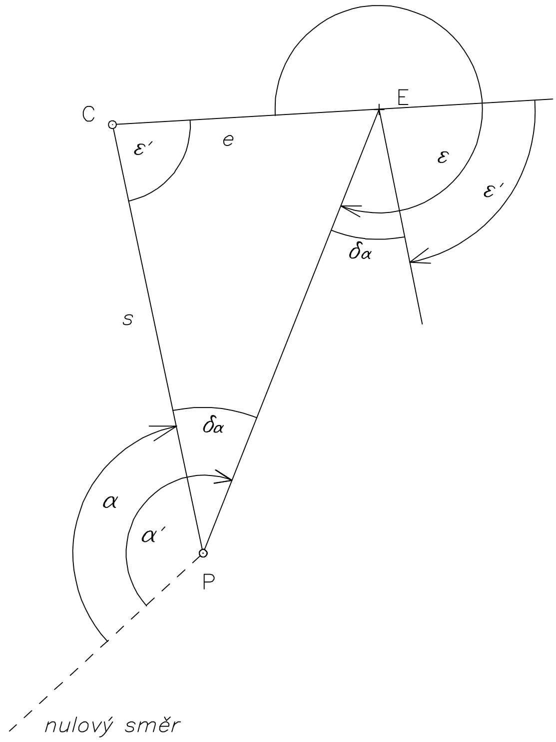
$$= \;' - \Delta \;\; .$$

Z trojúhelníku ***PEC*** vypočteme **centrační změnu** $\boldsymbol{\delta\alpha}$:

$$\sin\Delta \;\; = \frac{\boldsymbol{e}}{\boldsymbol{s}}\sin \;\; .$$



Obr.10.3



Obr.10.4

Při měření na excentrický cíl se zpravidla určuje centrační úhel nepřímo, měřením na centru cíle ***C***, kde změříme úhel *ε´*. Jak je patrno z obr.10.3

$$= {}^{\prime} - 2\mathrm{R} - \Delta$$

popřípadě obr.10.4

$$= {}^{\prime} + 2\mathrm{R} + \Delta \quad .$$

Protože $\delta\alpha$ je velmi malý úhel (jen několik vteřin), můžeme při ***e*<**2 m psát:

$$= {}^{\prime} \pm 2\mathrm{R} \, .$$

Znaménko + nebo – volíme podle velikosti úhlu *ε´* tak, aby $0 \leq \quad \leq 4\mathrm{R}$.

Je-li ***e***>2 m, použijeme postupný výpočet:
nejprve vypočteme:

$$= {}^{\prime} \pm 2\mathrm{R}$$

pak toto *ε* dosadíme do rovnice

$$\sin \Delta \quad = \frac{\boldsymbol{e}}{\boldsymbol{s}} \sin$$

nyní vypočtené $\delta\alpha$ (i se znaménkem) dosadíme do rovnice

$$= {}^{\prime} \pm 2\mathrm{R} - \Delta$$

opět dosadíme do rovnice

$$\sin \Delta \quad = \frac{\boldsymbol{e}}{\boldsymbol{s}} \sin$$

takto vypočtenou $\delta\alpha$ dosadíme do

$$= {}^{\prime} + \Delta \quad .$$

Příklad 10.2

Na trigonometrickém bodě 115 byly změřeny vodorovné směry na body 105, 125 a 106, na kterých byly cílové značky umístěny excentricky. Vypočtěte centrační změny. Obr.10.5.

Měřené a dané hodnoty:

Stanovisko	Směr na bod	Naměřená osnova [g]
115	105***E***	0,0015
	125***E***	78,3916
	106***E***	210,1308
105***C***	115	57,8412
	105***E***	325,3412
125***C***	115	221,5326
	125***E***	204,1826
106***C***	115	0,0115
	106E	162,8115

$\boldsymbol{s}_{115\text{-}105}$ = 1 396,2 m
$\boldsymbol{s}_{115\text{-}125}$ = 1 587,9 m
$\boldsymbol{s}_{115\text{-}106}$ = 1 001,5 m

$\boldsymbol{e}_{105}$ = 0,090 m
$\boldsymbol{e}_{125}$ = 0,173 m
$\boldsymbol{e}_{106}$ = 0,101 m

Řešení:

1) výpočet ε':

$$'_{105} = 132{,}50^{g}$$

$$'_{125} = 17{,}35^{g}$$

$$'_{106} = 237{,}20^{g}$$

2) všechny excentricity jsou menší než 2 m, pro výpočet ε mohu použít: $= \ ' \pm 2R$

$$_{105} = 332{,}50^{g}$$

$$_{125} = 217{,}35^{g}$$

$$_{106} = 37{,}20^{g}$$

3) výpočet $\delta\alpha$ podle vzorce

$$\sin\Delta \quad = \frac{\boldsymbol{e}}{\boldsymbol{s}}\sin$$

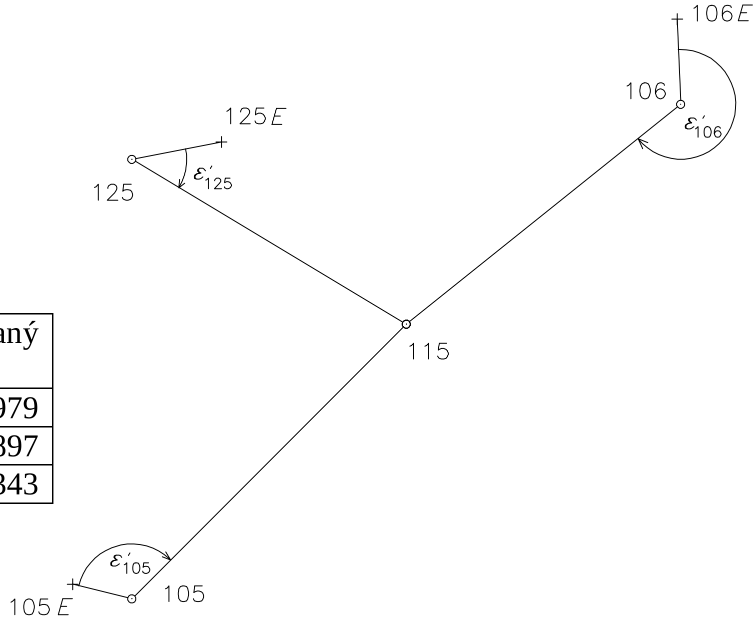
$$\Delta_{105} = -36^{cc}$$

$$\Delta_{125} = -19^{cc}$$

$$\Delta_{106} = +35^{cc}$$

4) výpočet vycentrované osnovy

Stanovisko	Směr na bod	Vycentrovaný směr [g]
115	105	399,9979
	125	78,3897
	106	210,1343



Obr.10.5

Celý výpočet můžeme vypočítat v zápisníku.

Cvičení:

10.1. Na excentrickém stanovisku 134***E*** byla naměřena osnova vodorovných směrů. Vypočtěte vycentrovanou osnovu směrů. Nakreslete obrázek.

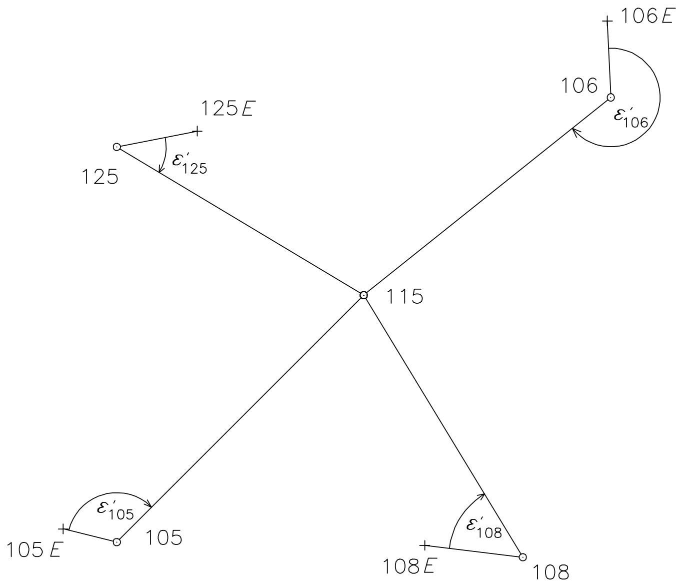
Stanovisko	Směr na bod	Měř. vod. směr [g]	Vzdálenost [m]
134***E***	115	0,0296	1834,1
	125	58,4130	1605,3
	113	130,9056	3856,5
	124	215,3722	4150,6
	105	273,6148	953,2
	175	339,0037	1283,4
	104	365,0630	783,1
	134	291,4494	19,354

10.3. V zadání příkladu 10.2. doplňte vodorovné směry ještě o záměru na excentrický cíl 108***E***. Obr.10.7.

Stanovisko	Směr na bod	Naměřená osnova [g]
115	105***E***	0,0015
	125***E***	78,3916
	106***E***	210,1308
	108E	315,2964
105***C***	115	57,8412
	105***E***	325,3412
125***C***	115	221,5326
	125***E***	204,1826
106***C***	115	0,0115
	106E	162,8115
108***C***	115	0,0200
	108***E***	322,5200

$\boldsymbol{s}_{115\text{-}105}$ = 1 396,2 m
$\boldsymbol{s}_{115\text{-}125}$ = 1 587,9 m
$\boldsymbol{s}_{115\text{-}106}$ = 1 001,5 m
$\boldsymbol{s}_{115\text{-}108}$ = 995,4 m

$\boldsymbol{e}_{105}$ = 0,090 m
$\boldsymbol{e}_{125}$ = 0,173 m
$\boldsymbol{e}_{106}$ = 0,101 m
$\boldsymbol{e}_{108}$ = 0,052 m



Obr.10.7

Literatura:

- BURŠÍK, A. , PROCHÁZKA, F. ***Geodetické počtářství***. 2. přepracované vydání. Praha : Kartografie, 1979.